

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES AU COLLÈGE

LES PATTERNS - INTRODUCTION AU CALCUL ALGÈBRIQUE

23 novembre 2023

1. Qu'est-ce qu'un pattern ?
2. Exemples de patterns
3. Programmes et mise en oeuvre
4. Résolution de problèmes
5. Exercices à élaborer
6. Ressources

1. QU'EST-CE QU'UN PATTERN ?

QU'EST-CE QU'UN PATTERN ?

- Signification : traduction par « motif », « structure »

QU'EST-CE QU'UN PATTERN ?

- Signification : traduction par « motif », « structure »



QU'EST-CE QU'UN PATTERN ?

- Signification : traduction par « motif », « structure »
- Patterns répétitifs



QU'EST-CE QU'UN PATTERN ?

- Signification : traduction par « motif », « structure »
- Patterns répétitifs, patterns évolutifs



QU'EST-CE QU'UN PATTERN ?

- Signification : traduction par « motif », « structure »
- Patterns répétitifs, patterns évolutifs



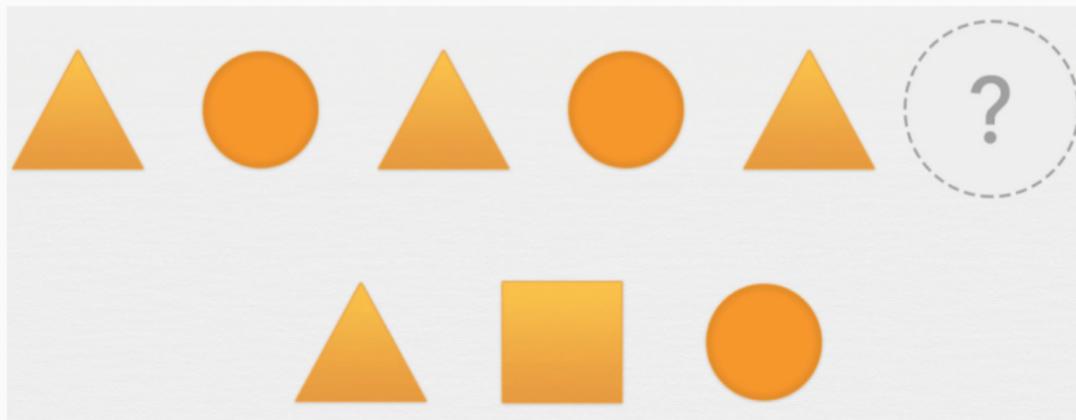
- Patterns : géométrie, suites de nombres

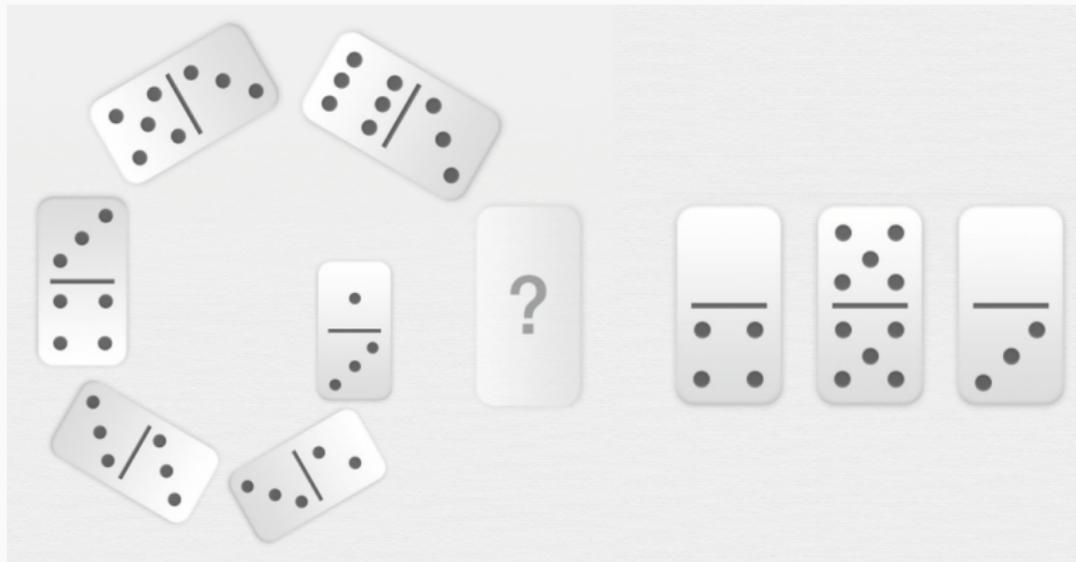
Une suite d'objets dont tous les éléments sont reliés les uns aux autres par une règle spécifique mais souvent non explicitée.

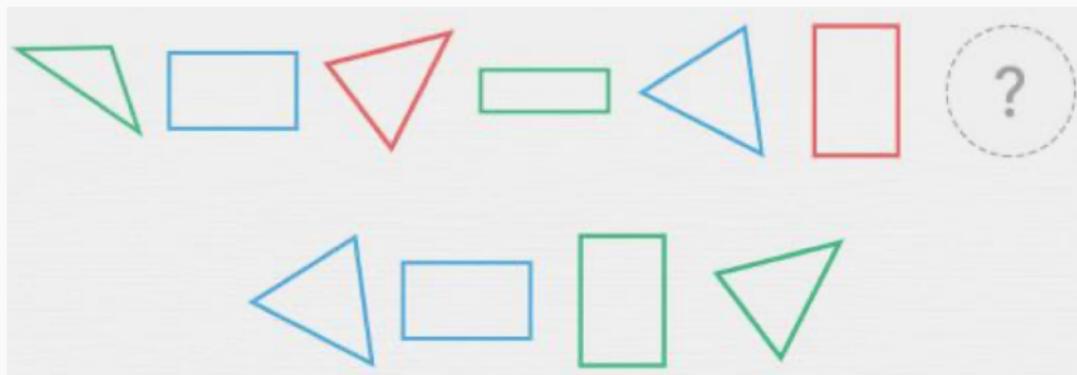
À l'école, ce sont des supports à des activités de structuration, au collège des activités de généralisation qui développent la pensée algébrique.

2. EXEMPLES DE PATTERNS

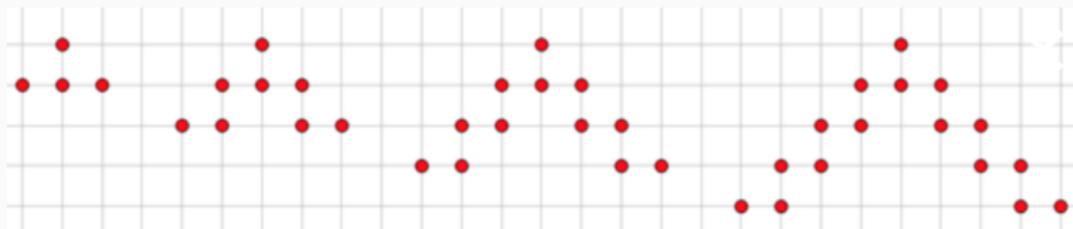




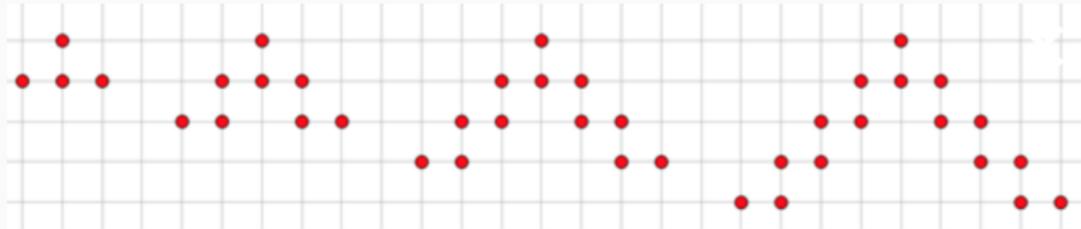




AUTRES EXEMPLES

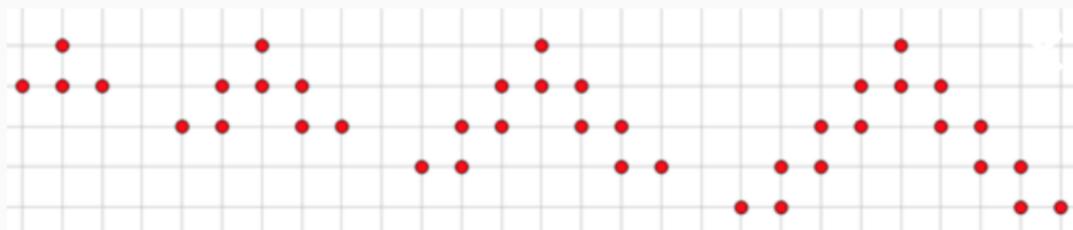


AUTRES EXEMPLES



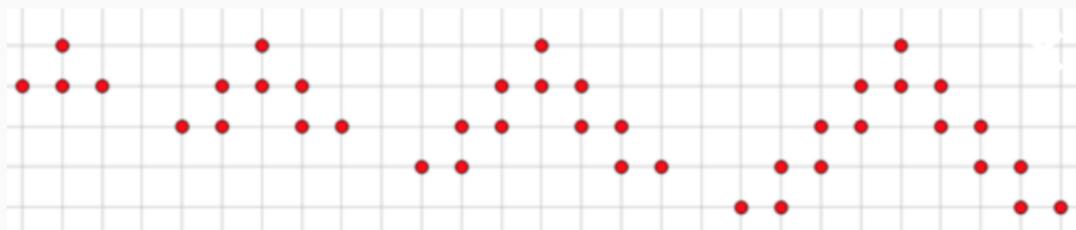
1. Rang 1 : 4 points

AUTRES EXEMPLES



1. Rang 1 : 4 points
2. Rang 2 : $4 + 1 \times 4$ points

AUTRES EXEMPLES

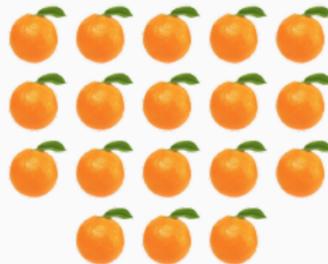


1. Rang 1 : 4 points
2. Rang 2 : $4 + 1 \times 4$ points
3. Rang 10 : $4 + 9 \times 4$ points

AUTRES EXEMPLES

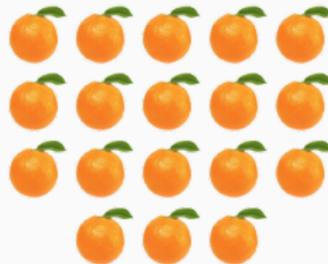
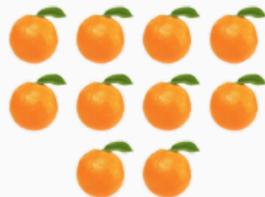


AUTRES EXEMPLES



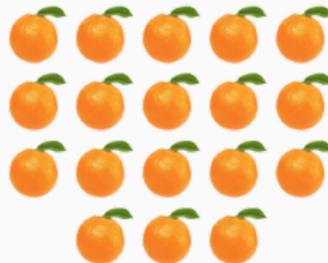
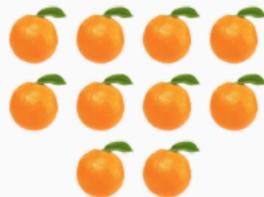
1. Rang 1 : $2 \times 3 - 2$ oranges

AUTRES EXEMPLES



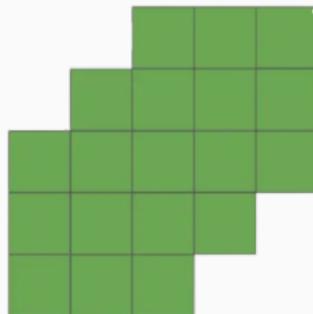
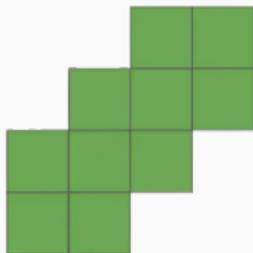
1. Rang 1 : $2 \times 3 - 2$ oranges
2. Rang 2 : $3 \times 4 - 2$ oranges

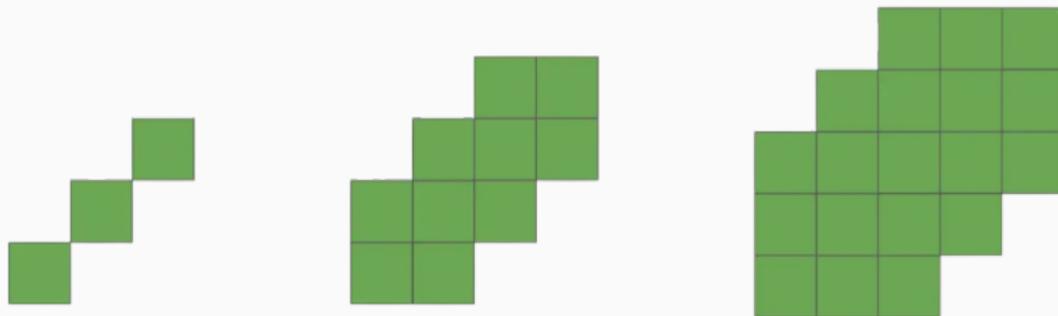
AUTRES EXEMPLES



1. Rang 1 : $2 \times 3 - 2$ oranges
2. Rang 2 : $3 \times 4 - 2$ oranges
3. Rang 10 : $11 \times 12 - 2$ oranges

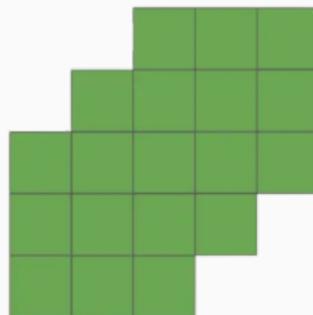
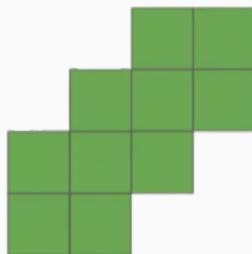
AUTRES EXEMPLES



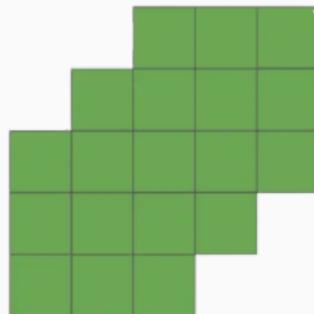
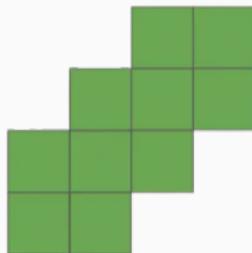


1. Rang 1 : $3^2 - 6$ carrés

AUTRES EXEMPLES

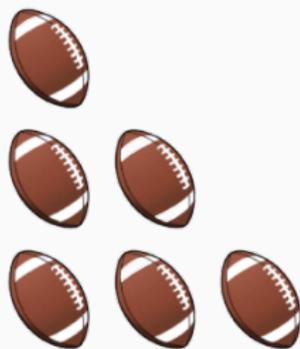


1. Rang 1 : $3^2 - 6$ carrés
2. Rang 2 : $4^2 - 6$ carrés



1. Rang 1 : $3^2 - 6$ carrés
2. Rang 2 : $4^2 - 6$ carrés
3. Rang 10 : $12^2 - 6$ carrés

AUTRES EXEMPLES



AUTRES EXEMPLES



Rang 10 : $\frac{10 \times 11}{2}$ ballons

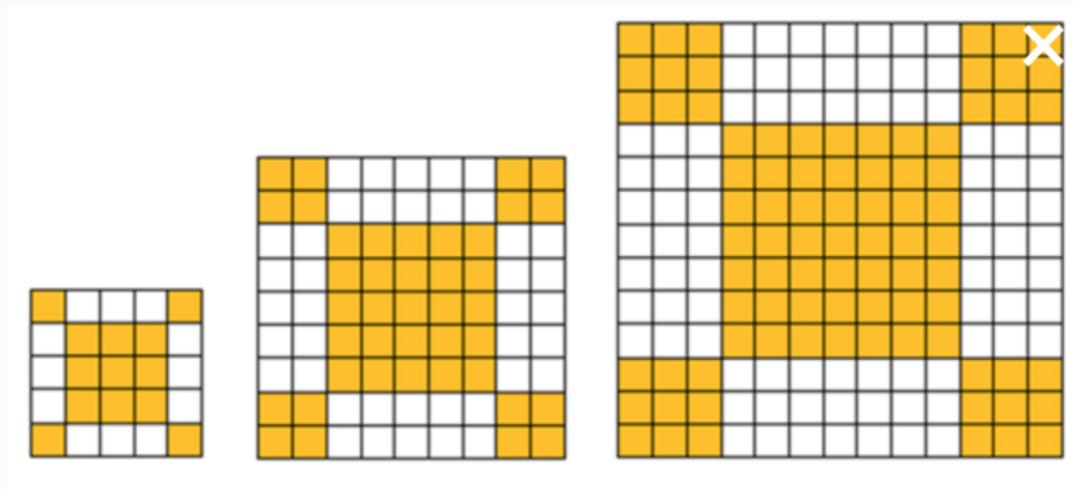
AUTRES EXEMPLES



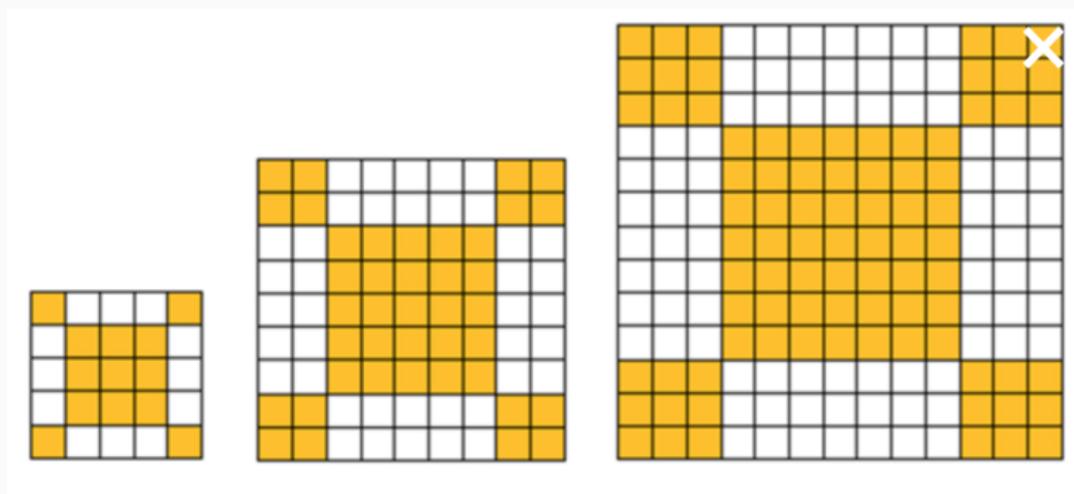


Rang 10 : 55×3 allumettes

AUTRES EXEMPLES

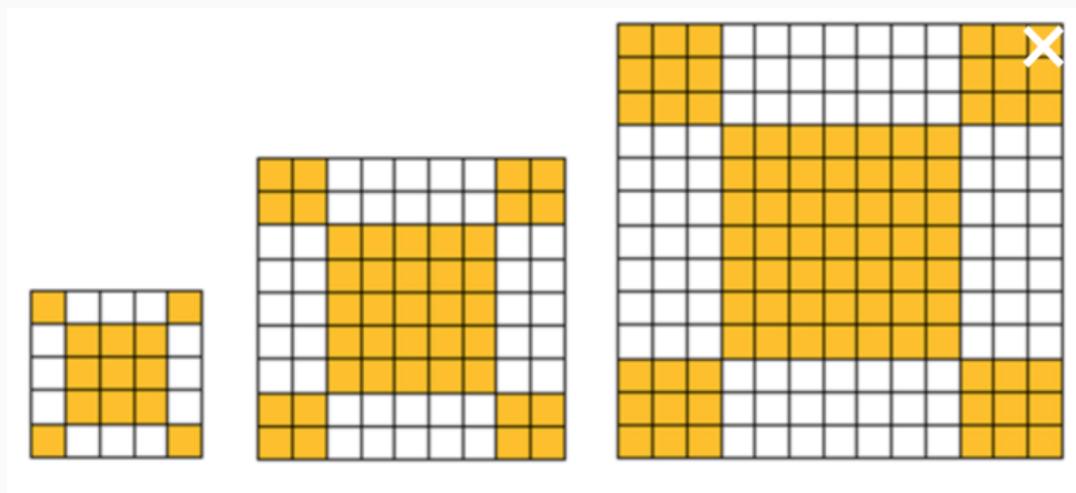


AUTRES EXEMPLES



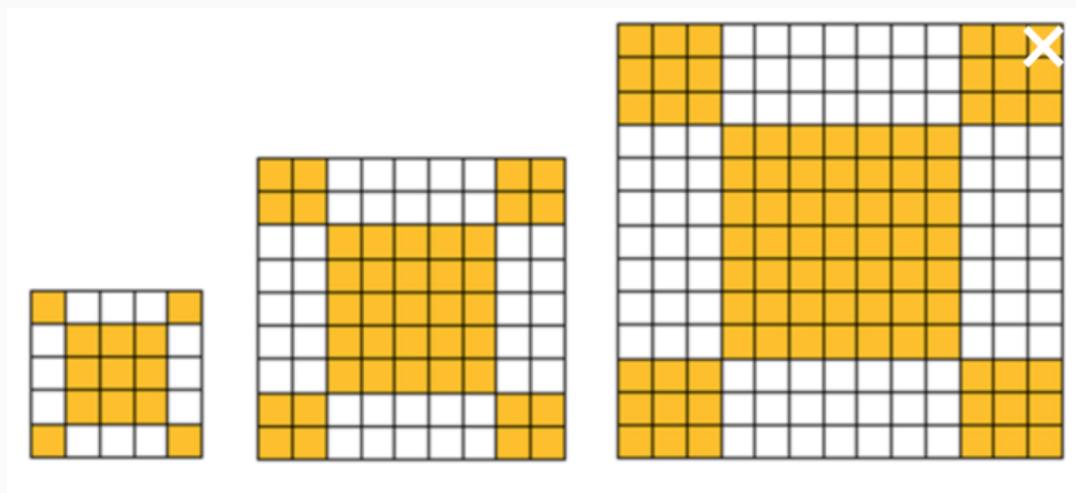
1. Rang 1 : $2^2 + 3^2$ carrés

AUTRES EXEMPLES



1. Rang 1 : $2^2 + 3^2$ carrés
2. Rang 2 : $4^2 + 5^2$ carrés

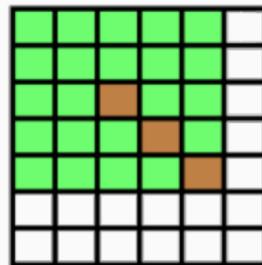
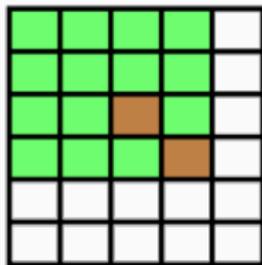
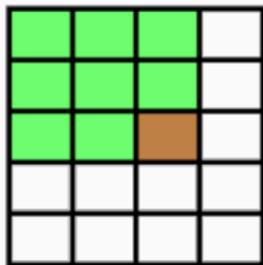
AUTRES EXEMPLES



1. Rang 1 : $2^2 + 3^2$ carrés
2. Rang 2 : $4^2 + 5^2$ carrés
3. Rang 10 : $20^2 + 21^2$ carrés

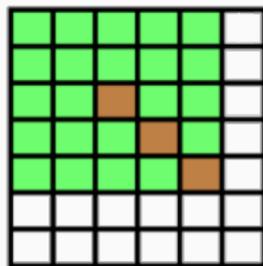
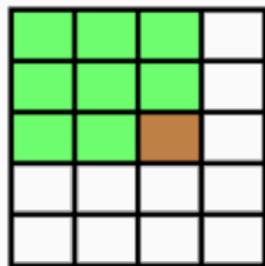
AUTRES EXEMPLES

Fraction du « grand rectangle » coloriée en vert



AUTRES EXEMPLES

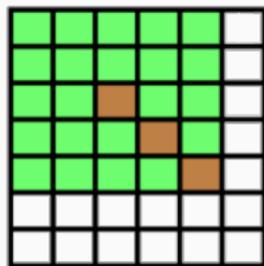
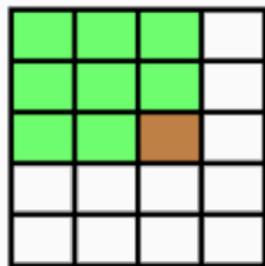
Fraction du « grand rectangle » coloriée en vert



1. Rang 1 : $\frac{3^2 - 1}{4 \times 5}$

AUTRES EXEMPLES

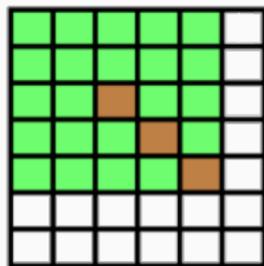
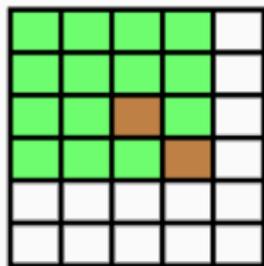
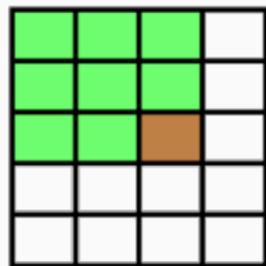
Fraction du « grand rectangle » coloriée en vert



1. Rang 1 : $\frac{3^2 - 1}{4 \times 5}$
2. Rang 2 : $\frac{4^2 - 2}{5 \times 6}$

AUTRES EXEMPLES

Fraction du « grand rectangle » coloriée en vert



1. Rang 1 : $\frac{3^2 - 1}{4 \times 5}$
2. Rang 2 : $\frac{4^2 - 2}{5 \times 6}$
3. Rang 10 : $\frac{12^2 - 10}{13 \times 14}$

3. PROGRAMMES ET MISE EN OEUVRE

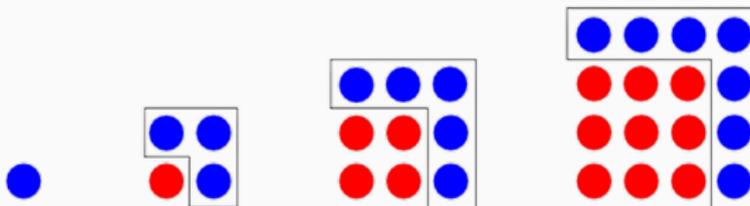
- Spécialité mathématiques : étude des suites
- Mathématiques intégrées à l'enseignement scientifique : phénomènes d'évolution

Situations et problèmes	Contenus mathématiques
Éducation économique, financière et budgétaire Placement à intérêts simples, croissance d'un poste budgétaire. Dénombrement Motifs géométriques évolutifs en forme de T ou de croix, carré bordé.	Suites arithmétiques Définition par la relation de récurrence. Explicitation du terme de rang n . Sens de variation. Représentation graphique.

POURQUOI LES PATTERNS ?

- Développer la pensée algébrique
- Comment ?
 - voie classique des équations (France);
 - voie de la reconnaissance de structures (patterns) et de la généralisation (pays anglo-saxons);

Exemple : le travail sur les nombres carrés permet une conception géométrique des nombres entiers et des propriétés favorisant la généralisation;

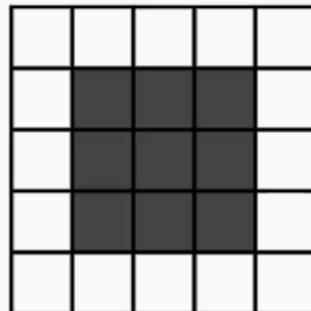
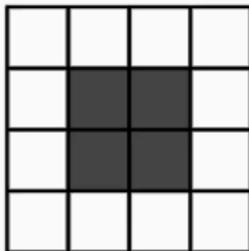
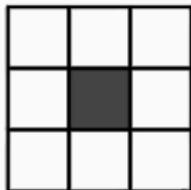


- voie de la modélisation et des fonctions.

Diverses manières de travailler les patterns :

1. Rituels
2. Problèmes

EXEMPLES DE RITUELS



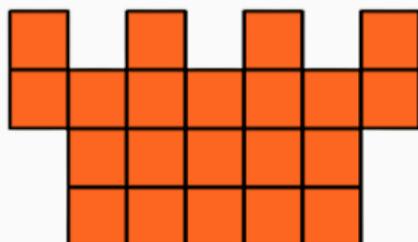
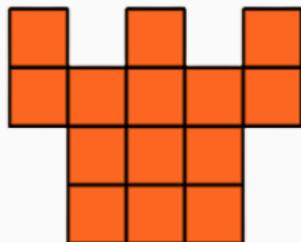
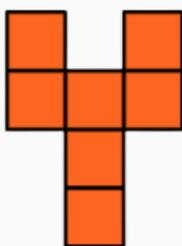
EXEMPLES DE RITUELS



EXEMPLES DE RITUELS



EXEMPLES DE RITUELS



1 - 2 - 7 - 8 - 13 - 14 ...
Quel est le 10^e terme ?

EXEMPLES DE PRODUCTIONS D'ÉLÈVES

1 - 2 - 7 - 8 - 13 - 14 ...

Quel est le 10^e terme ?

①

1	2	7	8	13	14
---	---	---	---	----	----

② Le dixième nombre est 26. À partir de 1, j'ai fait +1 puis +5, et j'ai répété cette série

1 - 6 - 7 - 13 - 20 - 33 ...

Quel est le 10^e terme ?

EXEMPLES DE PRODUCTIONS D'ÉLÈVES

1 - 6 - 7 - 13 - 20 - 33 ...

Quel est le 10^e terme ?

1 6 7 13 20 33

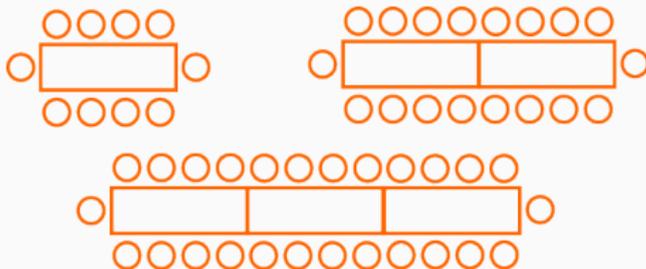
2) Le 10^{ème} nombre est : 975

Pour le calculer: Je prenais à chaque fois la somme des 2 derniers nombres.

4. RÉOLUTION DE PROBLÈMES

LES TABLES DE LA CAFÉTÉRIA

Dans une cafétéria d'école, le cuisinier dispose de petites tables rectangulaires qu'il faut mettre bout à bout pour former de plus grandes tables. Voici quelques dispositions possibles :



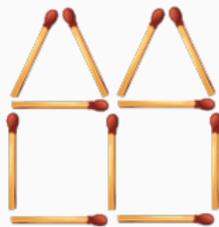
1. Donner une manière de trouver rapidement le nombre de chaises placées autour d'une grande table, peu importe la longueur de celle-ci.
2. Si une grande table est entourée de 234 chaises, combien de petites tables ont été nécessaires à sa formation ?

ALLUMETTES

Avec des allumettes, on veut construire une succession de maisons. Au rang 1, la construction comporte une seule maison. Au rang 2, elle en comporte 2.



Rang 1

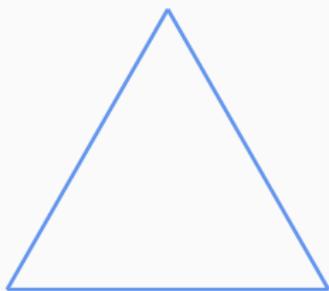


Rang 2

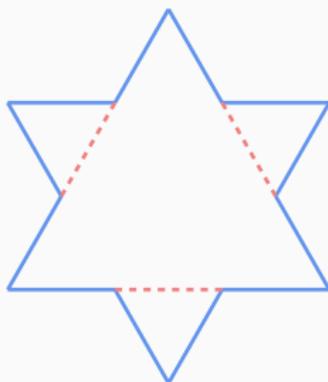
1. Combien d'allumettes sont utilisées au rang 4?
2. Combien d'allumettes sont utilisées au rang 10? au rang 100?
3. Existe-t-il un rang pour lequel 465 allumettes sont utilisées?
4. Trouver une façon de calculer le nombre d'allumettes utilisées à n'importe quel rang.

FLOCON DE KOCH

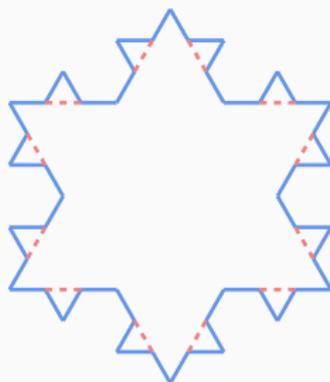
Le flocon de Koch est une courbe fractale dont les premières étapes sont illustrées ci-dessous à partir d'un triangle équilatéral.



Rang 0 : un triangle équilatéral.



Rang 1 : tous les segments bleus sont de la même longueur.



Rang 2 : tous les segments bleus sont de la même longueur.

Figures : <https://dgxy.link/koch>

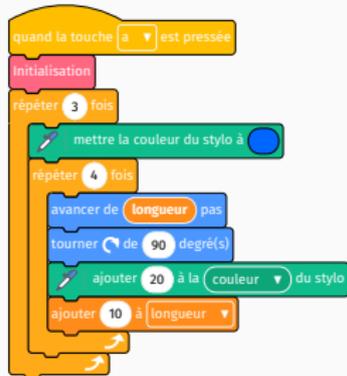
1. Combien de segments bleus composent chacune des figures aux rangs 0, 1 et 2?
2. Combien y a-t-il de segments bleus sur la figure de rang 3?
3. Déterminer, en expliquant votre méthode de calcul, le nombre de segments bleus qui composent la figure de rang 5, puis celle de rang 20.
4. Trouver une façon de calculer le nombre de segments à n'importe quel rang.
5. Expliquer une règle de construction pour passer d'une figure d'un rang quelconque au suivant.

Associer chacun des scripts Scratch A, B et C à l'une des représentations de la diapositive suivante.

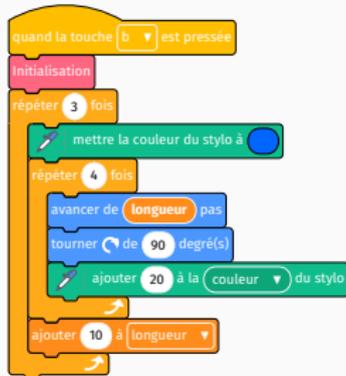
Initialisation



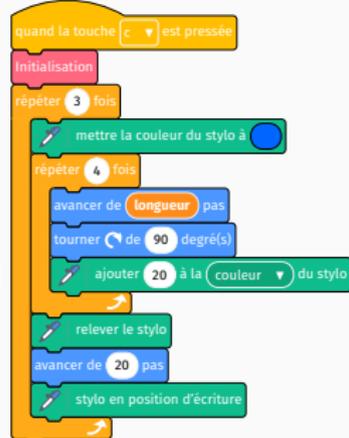
Script A



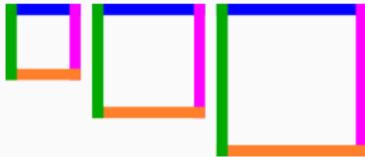
Script B



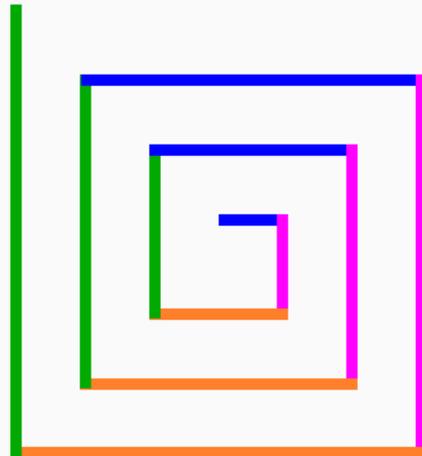
Script C



Scripts : <https://dgxy.link/scripts>



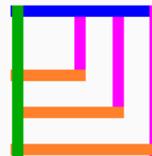
Représentation 1



Représentation 2



Représentation 3



Représentation 4

PROLONGEMENT 1

On s'intéresse au pattern dont le début correspond à la représentation 3, et plus particulièrement à la couleur des segments, dont l'enchaînement est bleu, rose, orange, vert.

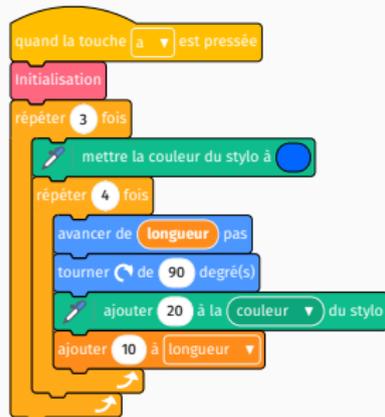


1. Quelle est la couleur du 10^e segment ?
2. Quelle est la couleur du 20^e segment ? Que peut-on modifier dans le script pour s'en assurer ?
3. Quelle est la couleur du 125^e segment ? Que peut-on modifier dans le script pour s'en assurer ?
4. Trouver une méthode pour déterminer la couleur de n'importe quel segment de ce pattern.

PROLONGEMENT 2

On s'intéresse au script A et à la longueur des segments en pixels (px).

1. Quelle est la longueur du 10^e segment ?
2. Quelle est la longueur du 20^e segment ? Que peut-on modifier dans le script pour s'en assurer ?
3. Quelle est la longueur du 125^e segment ? Que peut-on modifier dans le script pour s'en assurer ?
4. Trouver un moyen de calculer le nombre d'éléments constitutifs du pattern à n'importe quel rang ?



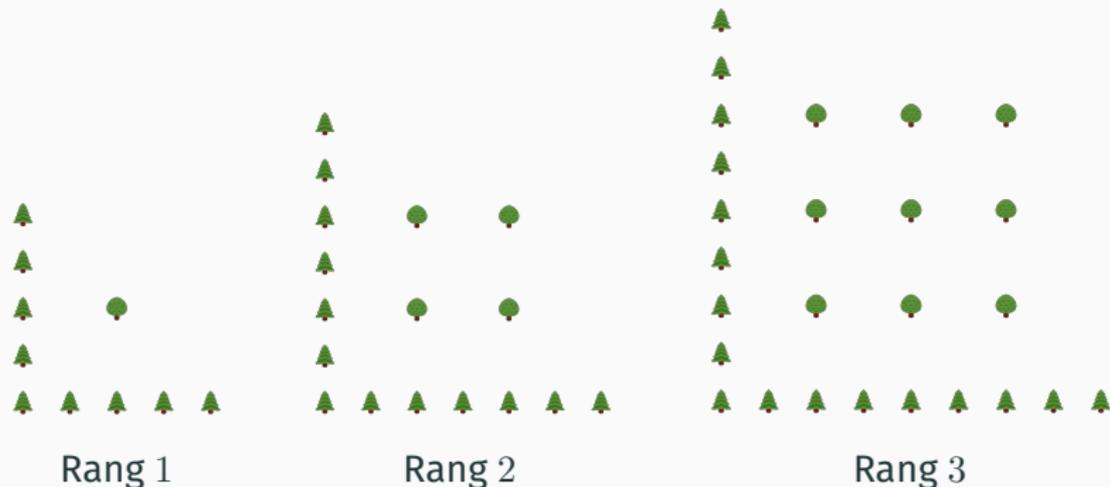
5. EXERCICES À ÉLABORER

EXERCICES À ÉLABORER

1. Autour de suites d'entiers

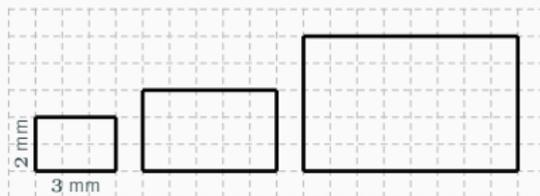
- 1, 11, 111, 1111, ...
- 1, 4, 3, 6, 5, 8, 7, ...

2. Pommiers bordés



EXERCICES À ÉLABORER

3. Des rectangles



4. Nombres triangulaires



5. Nombres oblongs



6. Nombres carrés



EXERCICES À ÉLABORER

Patterns

AUTOUR DE SUITES D'ENTIERS	POMMIERS BORDÉS	DES RECTANGLES	NOMBRES TRIANGULAIRES
AUTOUR DE SUITES D'ENTIERS - J1 Présentation à modifier i	POMMIERS BORDÉS - J1 Présentation à modifier i	DES RECTANGLES - J1 Présentation à modifier i	NOMBRES TRIANGULAIRES - J1 Présentation à modifier i
AUTOUR DE SUITES D'ENTIERS - J2 Présentation à modifier i	POMMIERS BORDÉS - J2 Présentation à modifier i	DES RECTANGLES - J2 Présentation à modifier i	NOMBRES TRIANGULAIRES - J2 Présentation à modifier i

<https://dgxy.link/patterns>

6. RESSOURCES

1. [Ressources d'accompagnement du programme de mathématiques \(cycle 3\)](#)
2. [Ressources d'accompagnement du programme de mathématiques \(cycle 4\)](#)
3. [Guide « Résolution de problème »](#) - Cours moyen
4. [Guide « Résolution de problèmes mathématiques »](#) - Collège
5. [Première rencontre avec l'algèbre](#) - M. Languier
6. [Article de l'APMEP](#) (Des patterns dans les classes!)
7. [Livret GeoGebra](#) (mathématiques intégrées à l'enseignement scientifique en classe de première) - V. Pantaloni
8. [Introduction des suites arithmétiques et géométriques](#) (mathématiques intégrées à l'enseignement scientifique en classe de première)
9. [Site Visual Patterns](#)