Formation des contractuels en mathématiques

1

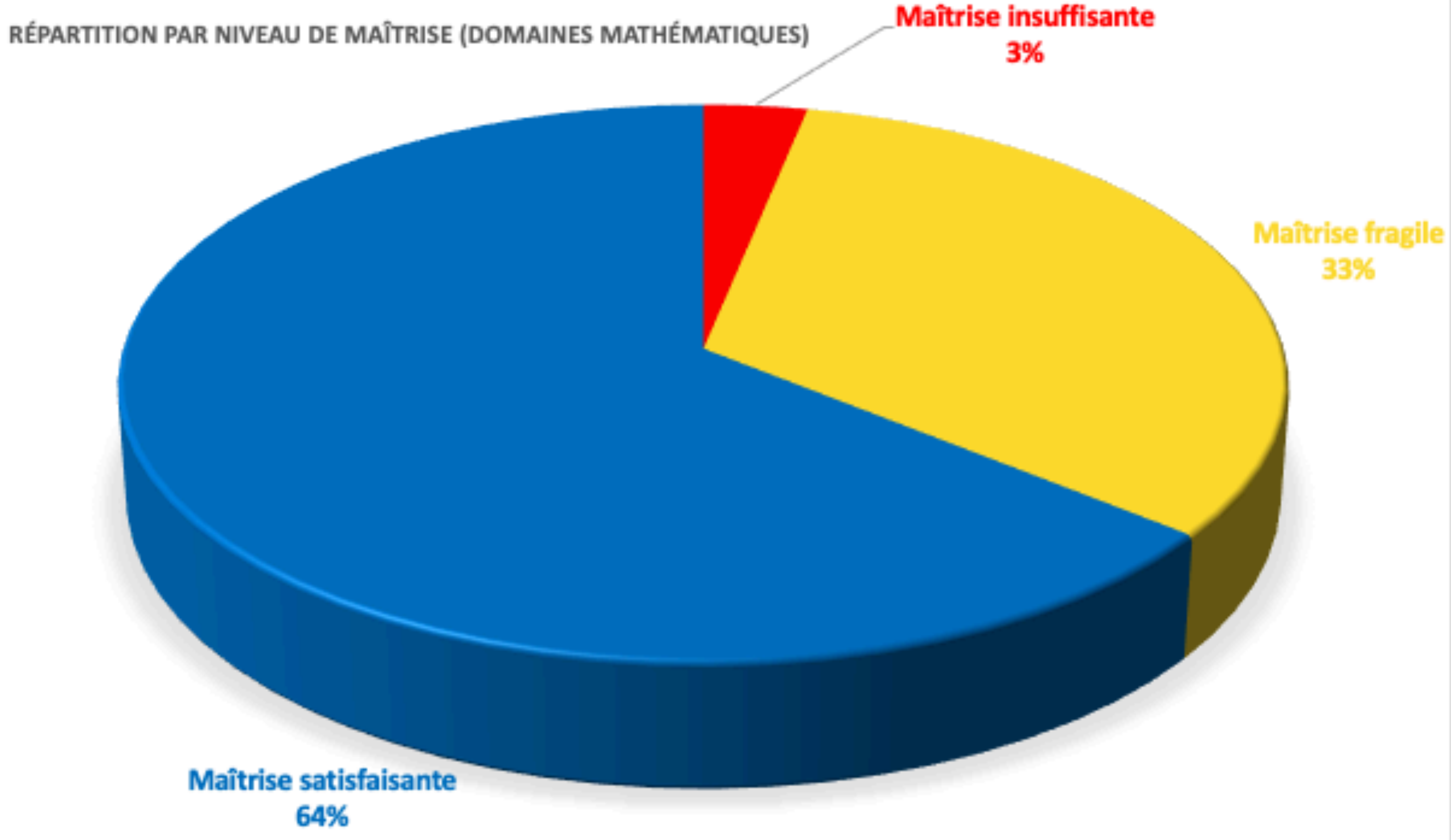
DGEE 31 janvier et 1er février 2022

Plan de la formation

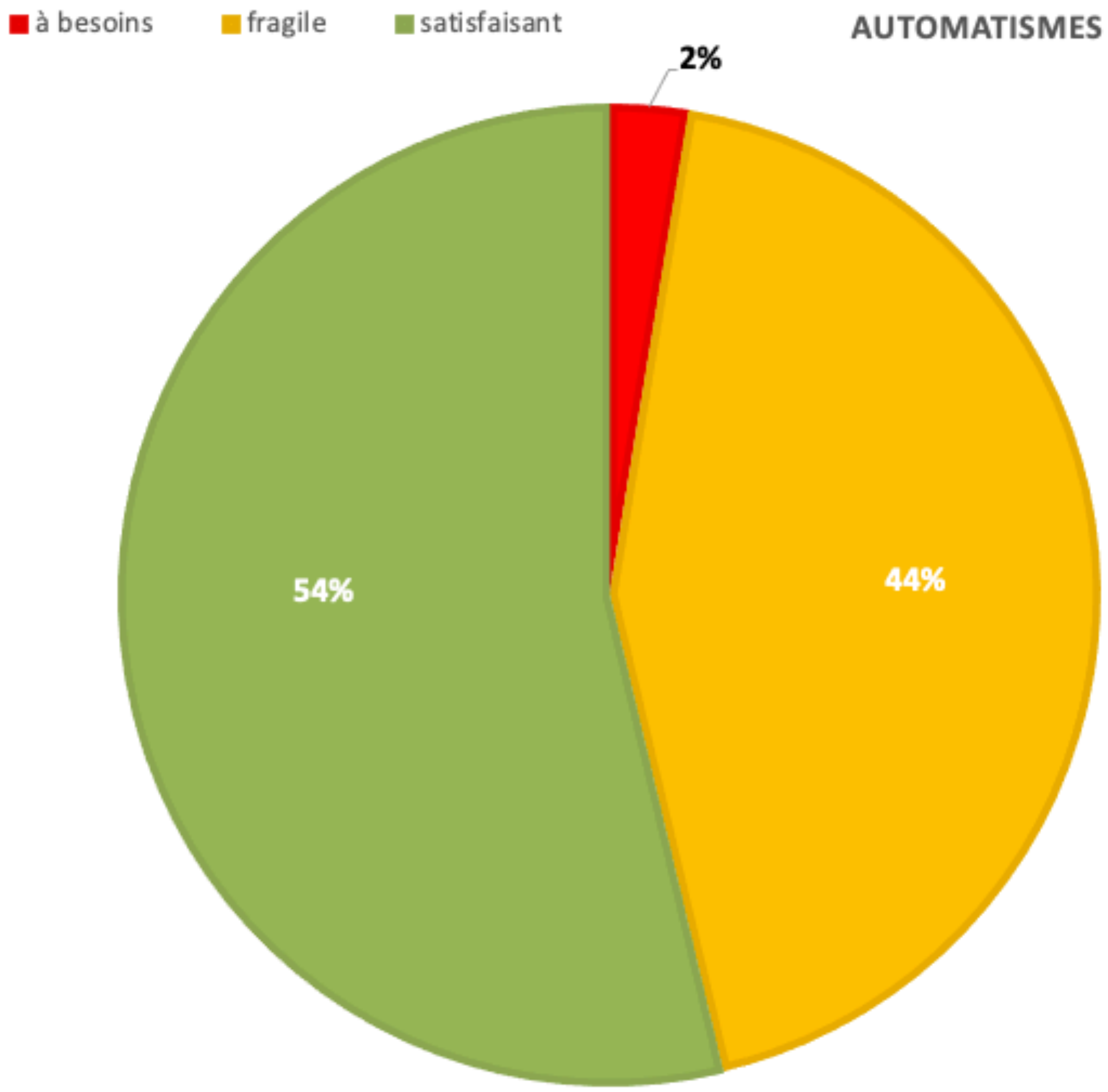
Lundi 31 janvier	Mardi 1er février
Tests d'évaluation à l'entrée en 2de	
Le calcul sous toutes ses formes	GeoGebra
Les traces écrites	
Le raisonnement	
L'oral en mathématiques	Algorithmique
La résolution de problèmes	

Les tests de positionnement à l’entrée en seconde

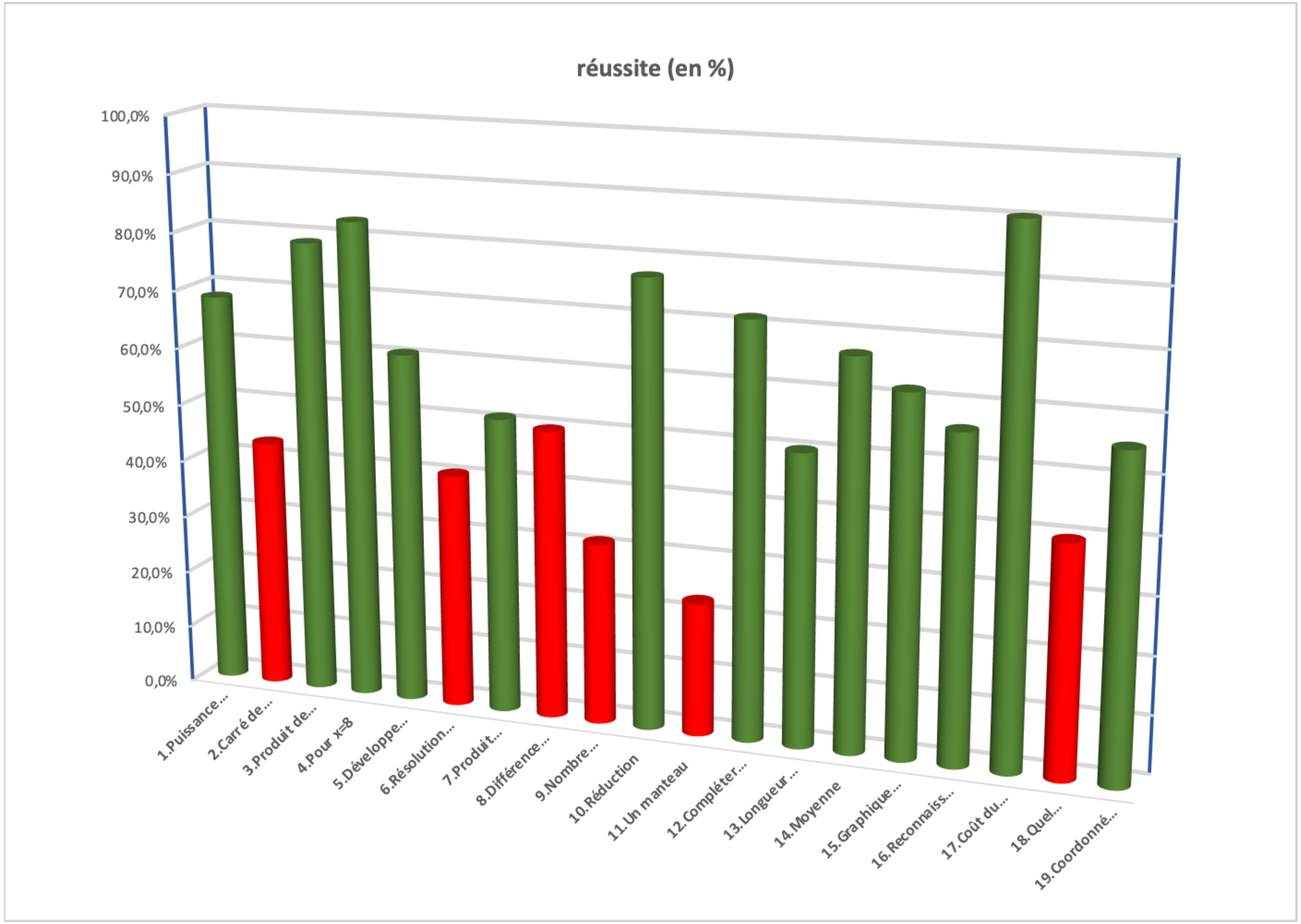
2e GT


RÉPARTITION PAR NIVEAU DE MAÎTRISE (DOMAINES MATHÉMATIQUES)
Maîtrise insuffisante
3%
Maîtrise fragile
33%
Maîtrise satisfaisante
64%

2e GT Automatismes



Le test spécifique : les automatismes



Automatismes

Exercice 9

On considère un nombre x tel que $-x$ est strictement positif. Parmi les 4 propositions suivantes, cocher celle qui est correcte :

- ■ x est négatif
- ■ x est positif
- ■ x est égal à 0
- ■ on ne peut rien dire sur le signe de x

31,5 % de réussite

Automatismes

Exercice 11

Un manteau coûte 140 €. Le magasin propose une réduction de 20 % sur cet article. Quel calcul peut-on faire pour trouver le montant de la réduction ?

- ■ $140 \times 0{,}2$
- ■ $140 \times \left(1 - \dfrac{140}{20}\right)$
- ■ $\dfrac{140}{20}$
- ■ $140 \div \left(1 - \dfrac{140}{20}\right)$

23,1 % de réussite

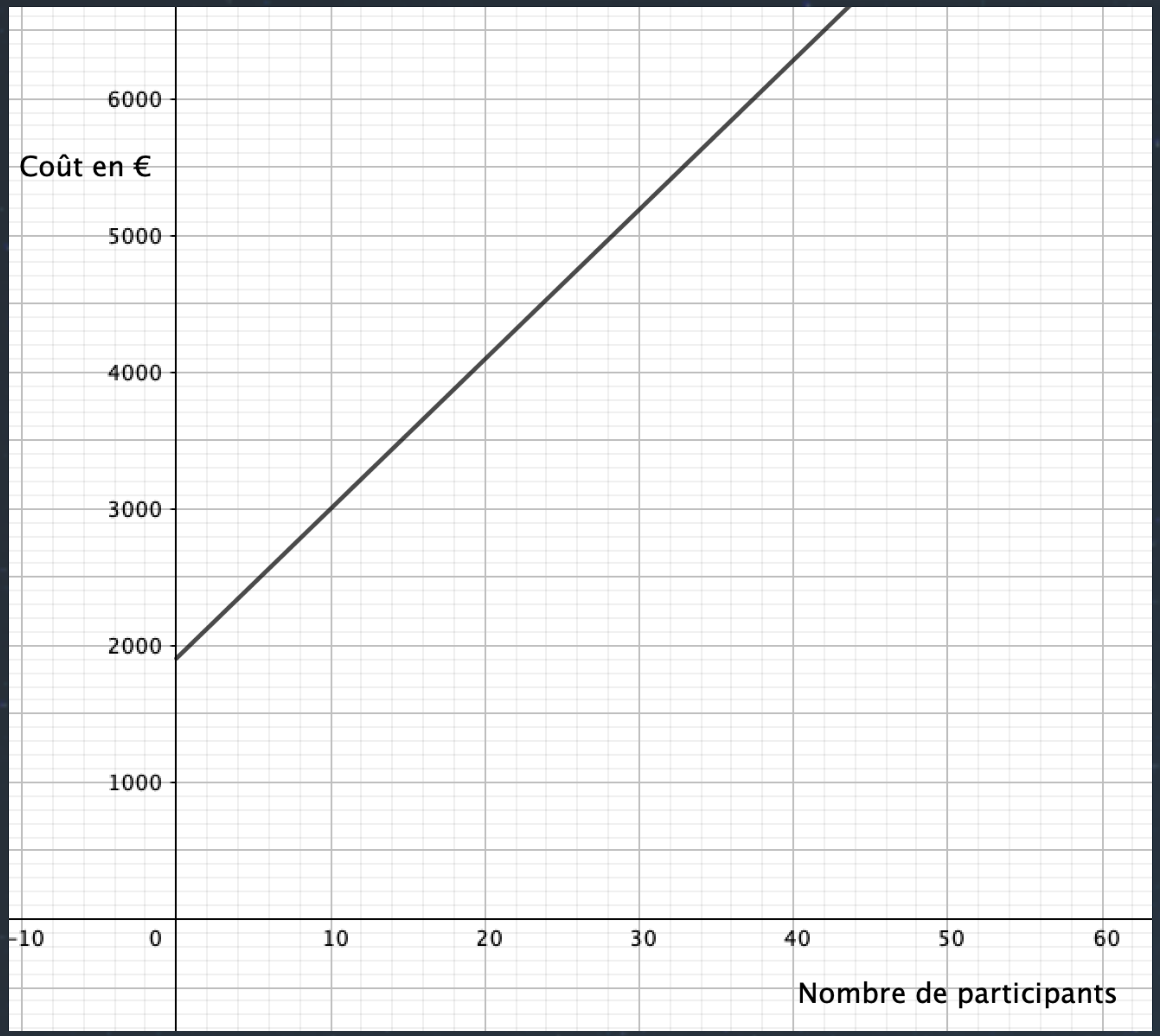
Automatismes

Exercice 2

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \quad ∎\ 1 \quad ∎\ \frac{1}{4} \quad ∎\ \frac{2}{4} \quad ∎\ \frac{3}{4}$$

43,1 % de réussite

Automatismes



Exercice 17

La droite d_1 modélise l'évolution du coût total d'un voyage scolaire en fonction du nombre de participants

Si le coût total du voyage est de 6500 €, quel est le nombre de participants ?

■ 42 ■ 40 ■ 46 ■ 44

90,6 % de réussite

Le calcul sous toutes ses formes

Le calcul

Il est omniprésent, c'est une composante essentielle à tous les niveaux

Opposition calcul et sens

Indispensable à la résolution de problèmes

Il pose des questions nouvelles (représentation des nombres, performance des algorithmes,…)

Le calcul

À l'école, entraînement quotidien sur les 4 opérations

Il passe par la résolution de problèmes

Au collège et au lycée, c'est un outil essentiel pour la pratique des mathématiques : calcul mental, calcul numérique et littéral.

Automatismes

Ils permettent de choisir efficacement un type de calcul, d'avoir une représentation des objets, d'interpréter les différentes étapes,…

S'appuient sur la mémorisation de répertoires : tables, diverses écritures, identités remarquables, lignes trigonométriques, reconnaissances de formes algébriques, reconnaissances des dérivées,…

Calcul littéral

Se prépare :

- algorithmes de calcul
- utilisation du tableur
- construction de suites de nombres : 2, 3, 5, 8,13, 21,…
- étude d'écritures : $2n$, $2k+1$, n^2+k^2, $7k$

Stratégies d'enseignement

Calcul mental intéressant pour soi

Travail sur les ordres de grandeur

En résolution de problèmes : expérimenter, prendre des initiatives, procéder par essais et tâtonnement, aisance et rapidité dans la gestion de calculs plus complexes

Le calcul est l'occasion d'un véritable raisonnement

Les activités mentales facilitent la gestion de classe

Traces écrites

Les traces écrites

Cycle 4 : « trace écrite claire, explicite, structurée aide l'élève dans l'apprentissage »

C'est un écrit de référence pour l'élève qui lui permet d'ancrer ses savoirs

Inviter explicitement l'élève à recourir aux écrits

Les incontournable d'une trace écrite

Construite, cohérente dans son ensemble

Consultée en cas de besoin

Claire, compréhensible, explicite

Proposer une version complète sur l'ENT

Favoriser l’expression orale

L’oral en mathématiques

Cycle 4 : « Des situations variées se prêtent à la pratique de l’oral en mathématiques : la reformulation d’un énoncé ou d’une démarche, les échanges interactifs, les mises en commun, les corrections, les travaux de groupe, les exposés individuels…

Un changement de posture de l'enseignant

L'écoute de l'élève

L'écoute entre élèves ou envers son enseignant

Échanges dans la classe

Prise de parole

Raisonnement et démonstration

Raisonner

« Il est important qu'un citoyen soit capable d'opérer une écoute active et critique face à un discours […] Ainsi, se familiariser avec la démarche de la preuve mathématique est un moyen d'apprendre à décomposer un raisonnement en arguments, à déceler des erreurs ou failles […] »

Rapport Villani-Torossian

Stratégies

Motiver la nécessité de prouver

Proposer des trompe-l'œil

Justifier l'introduction de nouveaux outils

Poser des questions ouvertes

Prendre en compte la diversité des élèves en adaptant les preuves

Quelques démonstrations

Pour un entier a, la somme de deux multiples de a est un multiple de a

Le rationnel $\dfrac{1}{3}$ n'est pas décimal

Le réel $\sqrt{2}$ n'est pas rationnel

Si a et b sont des réels strictement positifs, $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul

Pour tout entier n, le nombre $\dfrac{n(n+1)}{2}$ est un entier

Travaux en groupe

Pour chacune des propositions précédentes, préciser :

- objectifs de formation
- prérequis et motivation
- différentes démonstrations possibles
- pistes de différenciation
- approfondissements possibles

Exemple

La résolution de problèmes au collège

La résolution de problèmes au cœur de l'activité mathématique des élèves tout au long de la scolarité obligatoire

Note de service du 25-04-2018 BO spécial n°3 du 5-04-2018

Enquête internationale (TIMSS 2015)

Une bouteille de jus de pomme coûte 1,87 zeds, une bouteille de jus d'orange coûte 3,29 zeds. Julien a 4 zeds. Combien de zeds Julien doit-il avoir en plus pour acheter les deux bouteilles ?

A. 1,06 zeds **B.** 1,16 zeds **C.** 5,06 zeds **D.** 5,16 zeds

Les élèves français ont obtenu un score de 42%, le tiers des pays européens ont obtenu un score entre 62% et 70%.

Test spécifique à l'entrée en 6e - 2021

Un rectangle a un périmètre de 500 m. Sa longueur mesure 150 m.
Combien mesure sa largeur ?

A. 100 m **B.** 125 m **C.** 200 m **D.** 350 m

Le taux de réussite est égal à 23,6% sur l'ensemble de la Polynésie française.

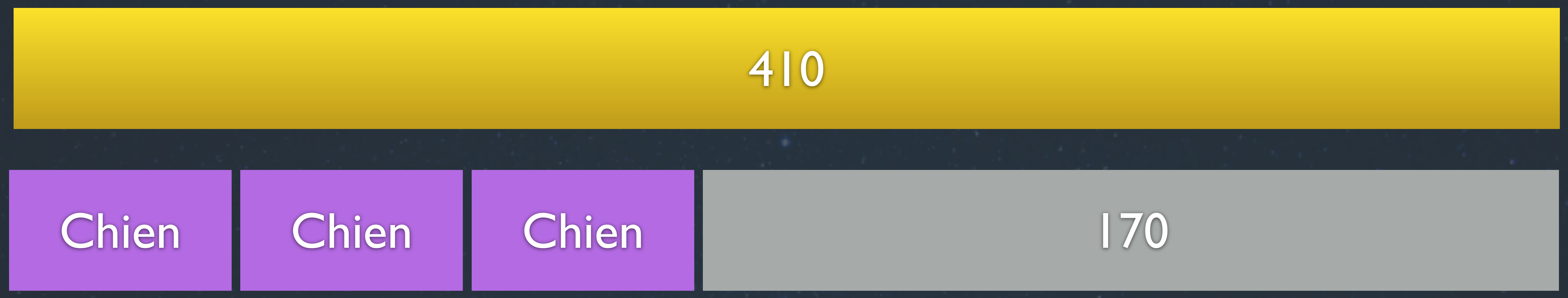
Considérer la modélisation comme une stratégie dans la résolution de problèmes

Problème complexe à plusieurs étapes

Une jeune vache pèse 150 kg de plus qu'un chien. Une chèvre pèse 130 kg de moins qu'une vache. Ensemble, les animaux pèsent 410 kg. Combien pèse le chien ?

Une jeune vache pèse 150 kg de plus qu'un chien. Une chèvre pèse 130 kg de moins qu'une vache. Ensemble, les animaux pèsent 410 kg. Combien pèse le chien ?

Modèle

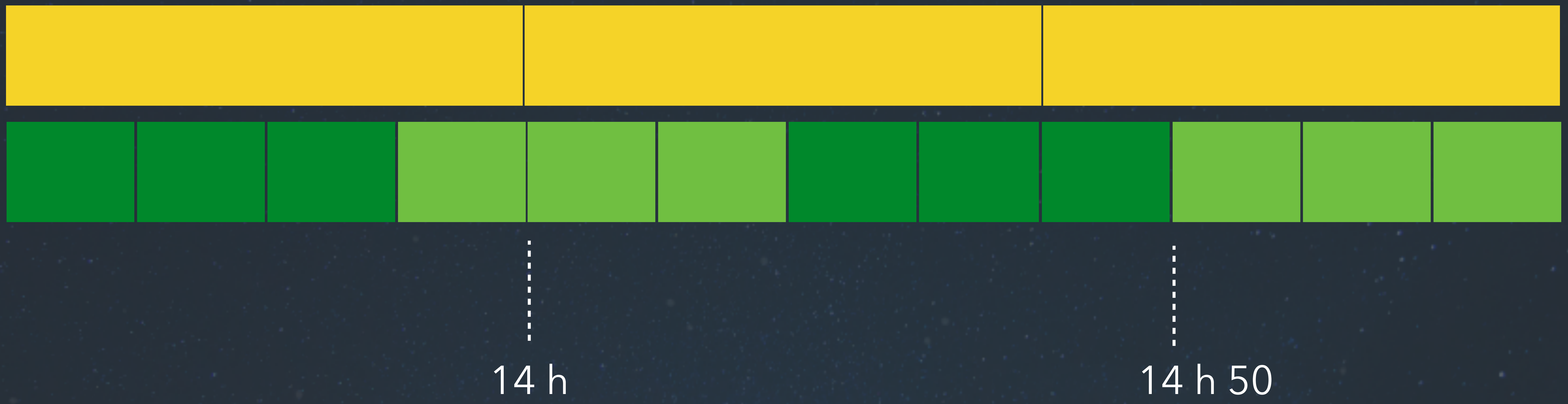


On prépare le modèle algébrique du cycle 4, à savoir la résolution de l'équation $ax+b = c$

Les durées…

Le Grand Duc de York a conduit ses hommes au sommet de la montagne. À 14 heures, ils avaient parcouru un tiers du chemin, à 14h 50, ils en avaient parcouru 75 %. À quelle heure ont-ils commencé leur marche ?

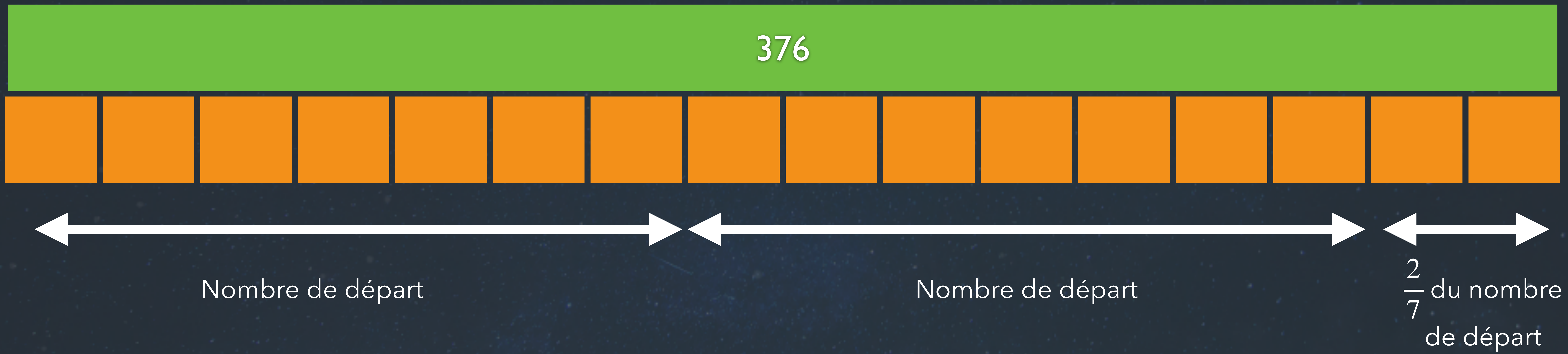
14 h

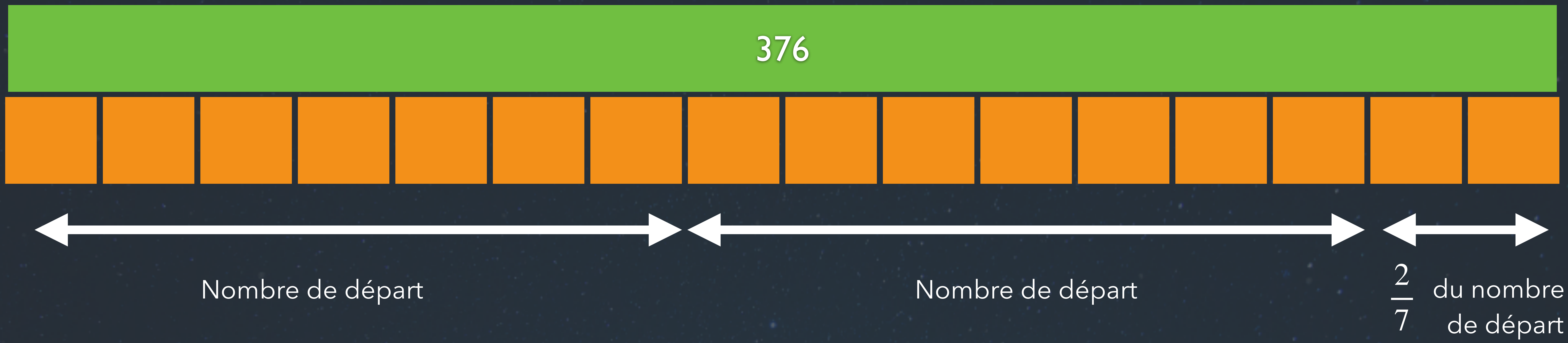


La marche a donc commencé à 13h 20.

Cette modélisation évite la conceptualisation de l'inconnue qui présente une difficulté.

Je pense à un nombre, je le double, j'ajoute $\frac{2}{7}$ du nombre de départ et j'obtiens 376. Quel était le nombre de départ ?





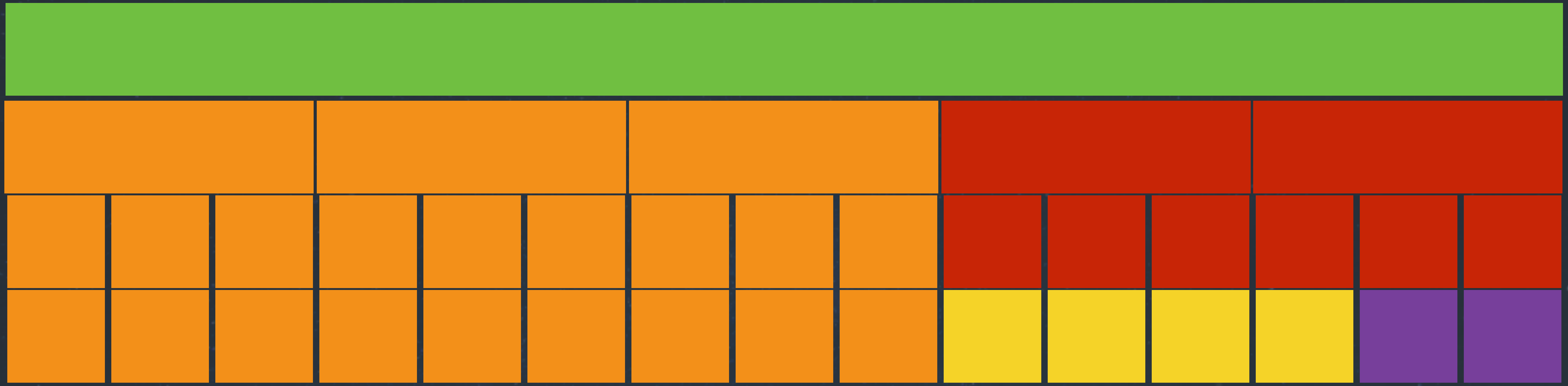
Le nombre cherché est égal à 7 fois le seizième de 376.

La méthode algébrique revient à résoudre $2x + \frac{2}{7}x = 376$, ou encore $\frac{16}{7}x = 376$.

Cette approche permet d'expliquer aux élèves que diviser par $\frac{16}{7}$ revient à multiplier par $\frac{7}{16}$.

Fraction de fraction

Anne mange $\frac{3}{5}$ des bonbons et son frère mange $\frac{2}{3}$ de ce qui reste. Quelle proportion de bonbons reste-t-il ?



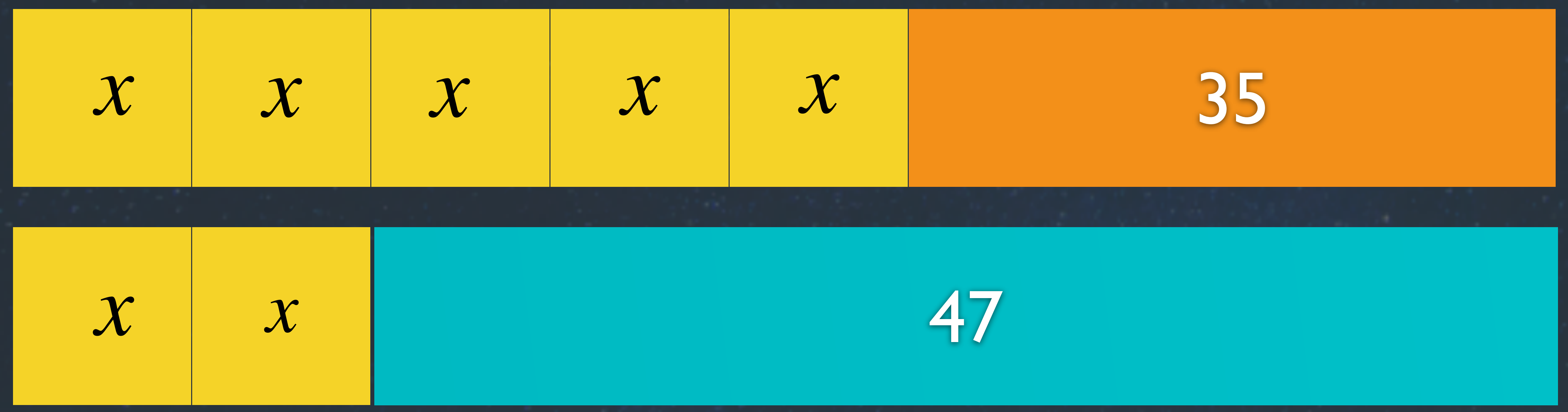
Anne mange $\frac{3}{5}$ des bonbons et son frère mange $\frac{2}{3}$ de ce qui reste. Quelle proportion de bonbons reste-t-il ?

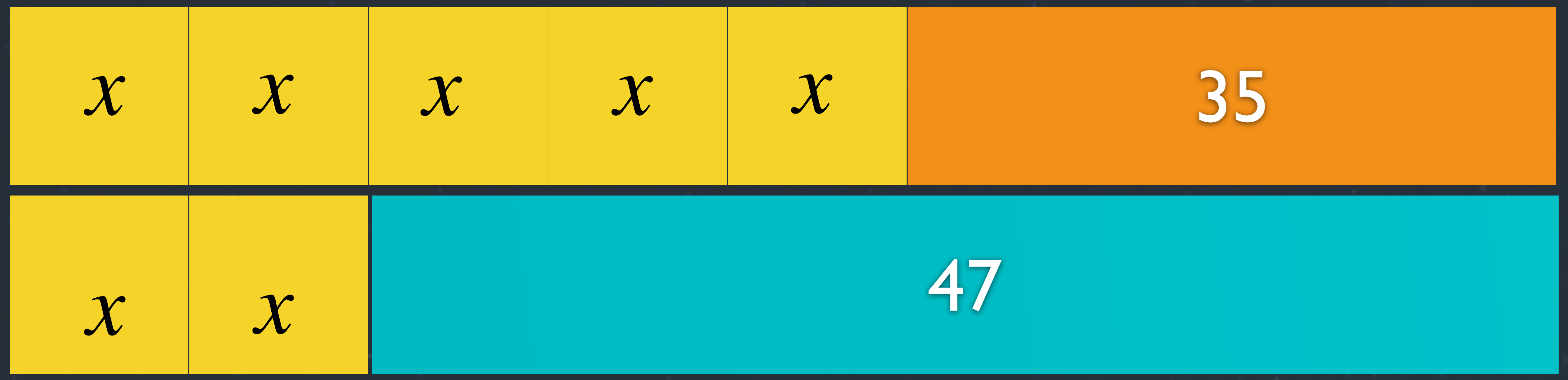
Approche de l'algèbre

Léa et Ali ont choisi un nombre. Léa le multiplie par 5 et ajoute 35. Ali le multiplie par 2 et ajoute 47. Ils trouvent le même nombre à la fin. À quel nombre avaient-ils pensé ?

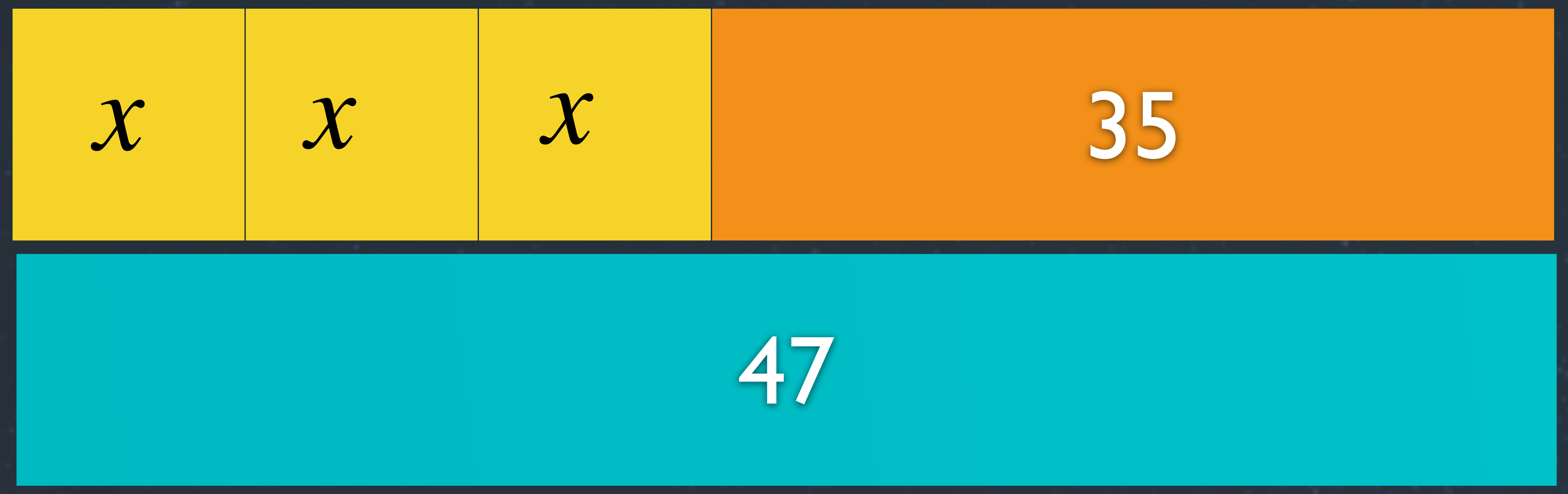
Approche de l'algèbre

Léa et Ali ont choisi un nombre. Léa le multiplie par 5 et ajoute 35. Ali le multiplie par 2 et ajoute 47. Ils trouvent le même nombre à la fin. À quel nombre avaient-ils pensé ?

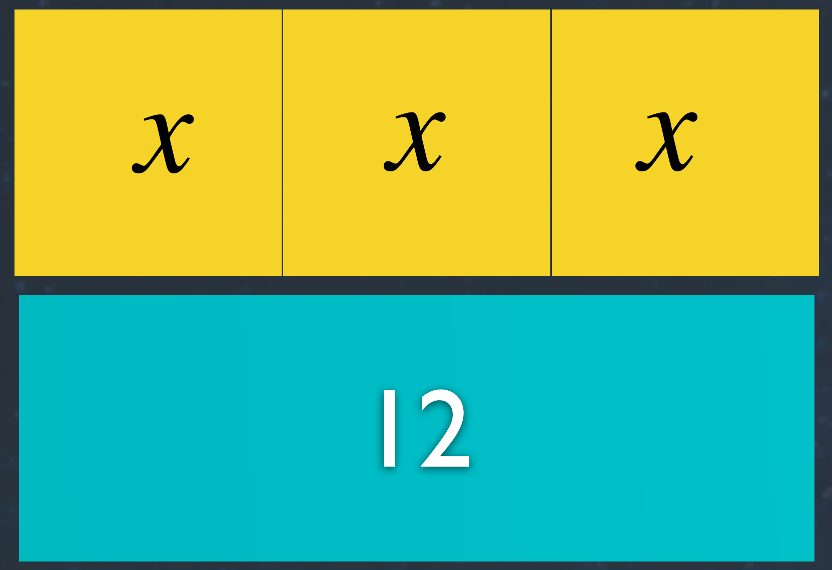




$$5x+35=2x+47$$



$$3x+35=47$$

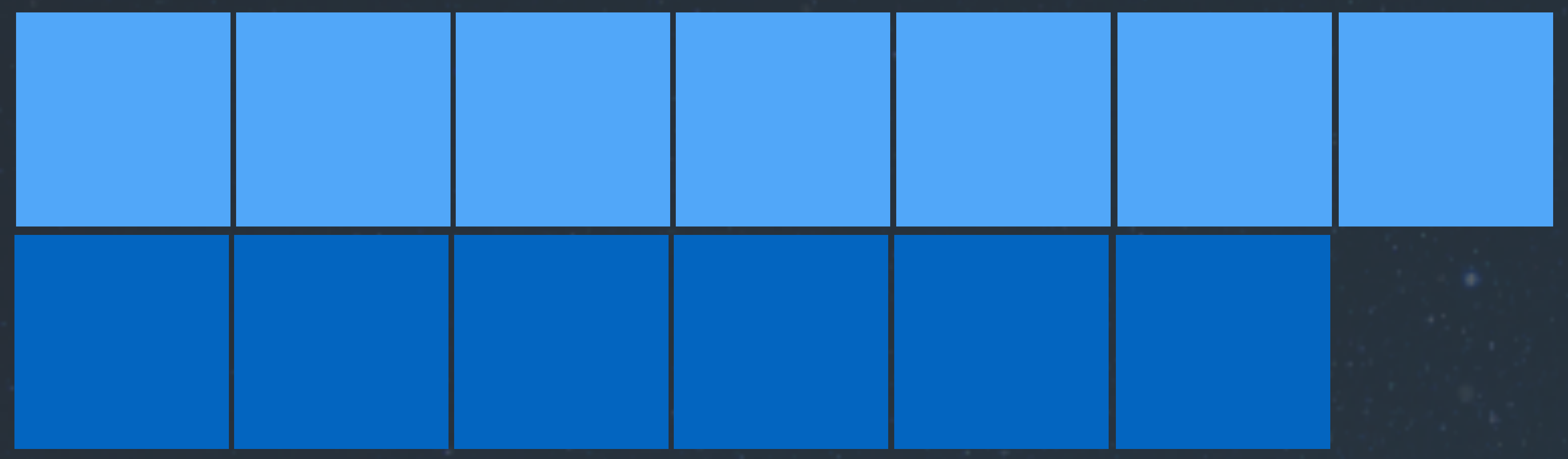


$$3x=12$$

Les ratios

Abel et Sarah ont leurs économies dans le ratio 7:6. Ils reçoivent tous deux 28 € et ont maintenant leurs économies dans le ratio 25:22. Quelles étaient leurs économies au départ ?

Abel et Sarah ont leurs économies dans le ratio 7:6. Ils reçoivent tous deux 28 € et ont maintenant leurs économies dans le ratio 25:22. Quelles étaient leurs économies au départ ?



Abel et Sarah ont leurs économies dans le ratio 7:6. Ils reçoivent tous deux 28 € et ont maintenant leurs économies dans le ratio 25:22. Quelles étaient leurs économies au départ ?

Abel et Sarah ont leurs économies dans le ratio 7:6. Ils reçoivent tous deux 28 € et ont maintenant leurs économies dans le ratio 25:22. Quelles étaient leurs économies au départ ?

Pour avoir un ratio de 25:22, l'écart doit être de 3 briques unités

La brique rouge doit donc correspondre à 4 unités

La brique unité vaut 7 €, ce qui permet de répondre au problème.

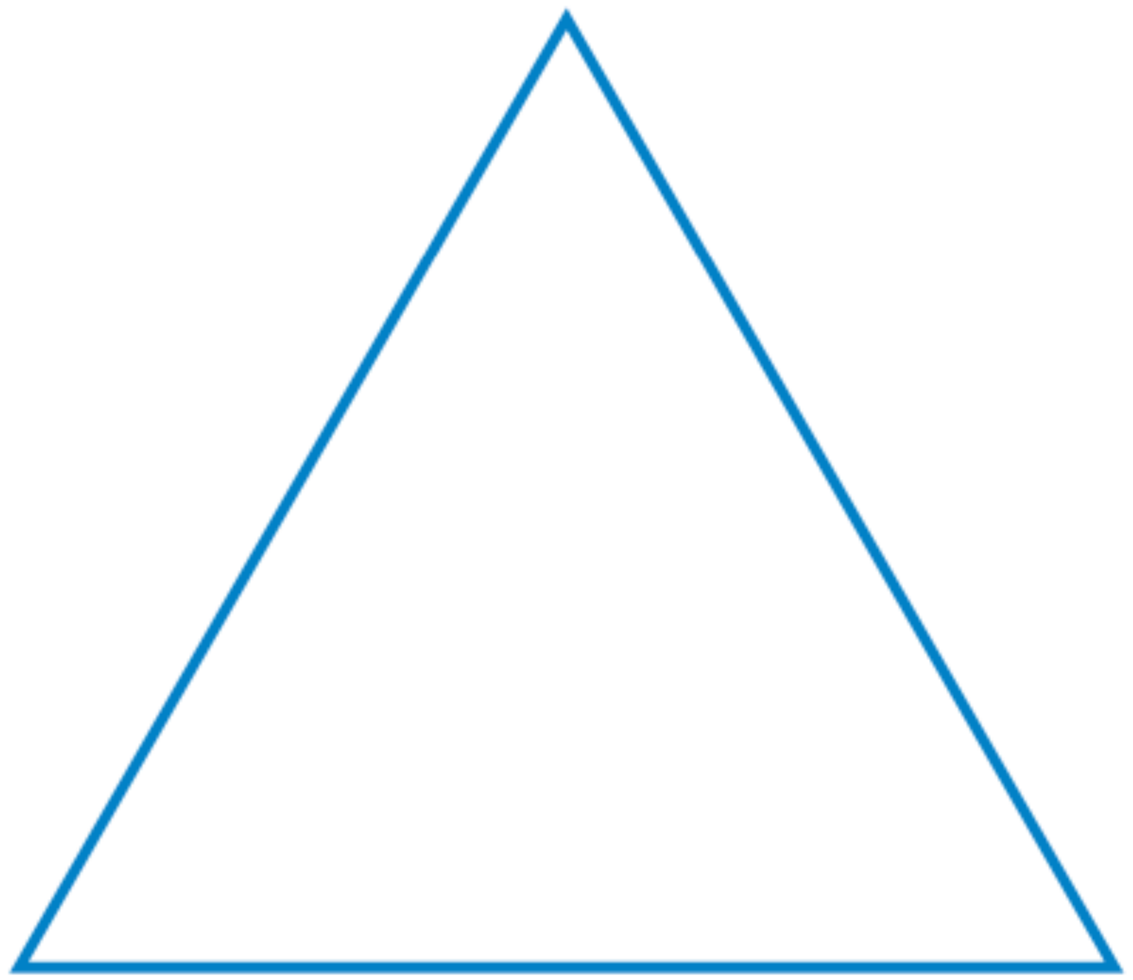
Exemples de problèmes pour chercher

Dans ma tirelire, j'ai 32 pièces et billets. Je n'ai que des pièces de 20 francs et des billets de 500 francs. Avec ces 32 pièces et billets, j'ai 6400 francs. Combien y a-t-il de pièces de 20 francs et de billets de 500 francs ?

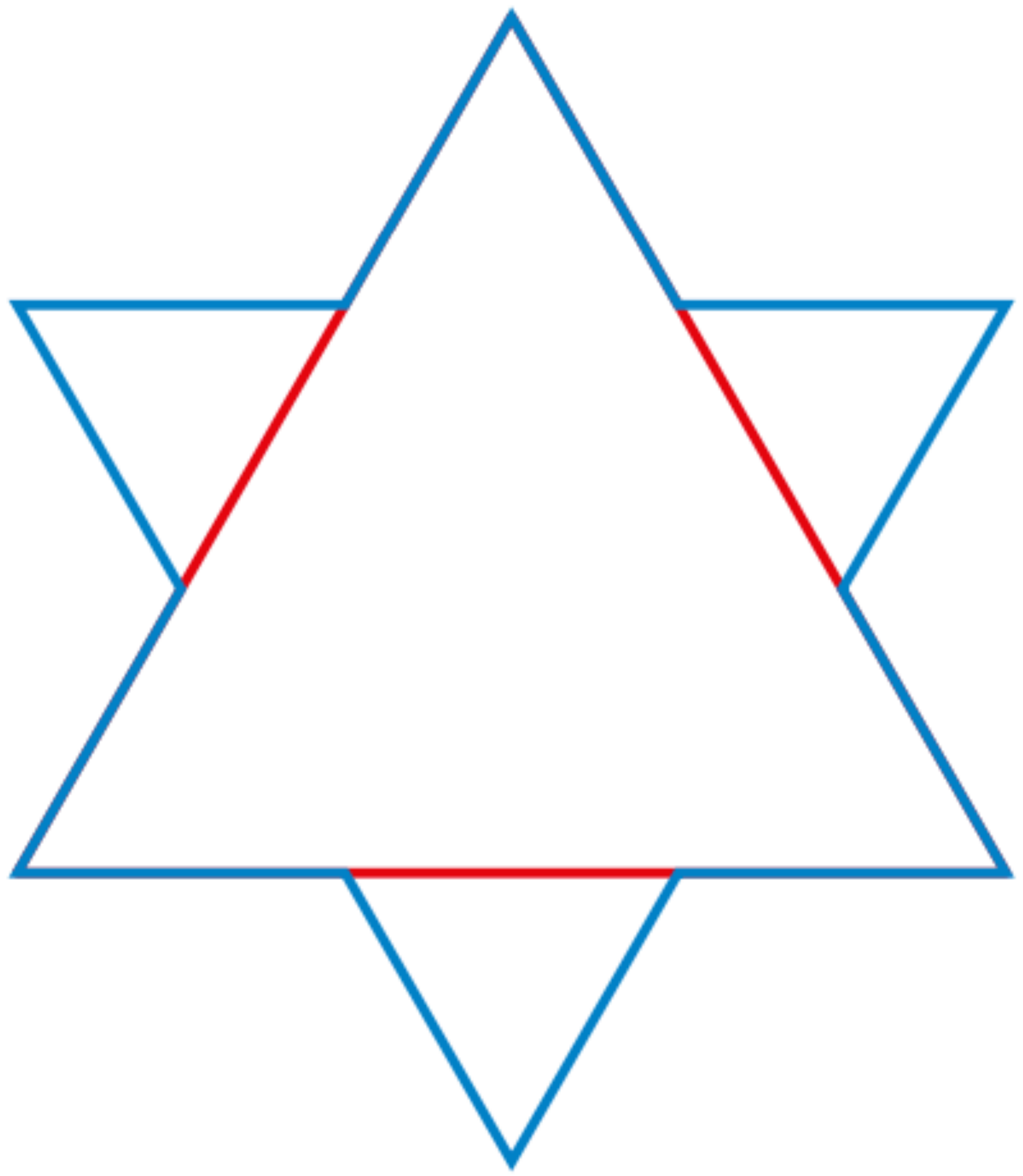
100 croquettes ont été réparties dans 5 assiettes.
Dans la 1e et la 2e assiettes, il y a 52 croquettes
Dans la 2e et la 3e assiettes, il y a 43 croquettes
Dans la 3e et la 4e assiettes, il y a 34 croquettes
Dans la 4e et la 5e assiettes, il y a 30 croquettes
Combien y a-t-il de croquettes dans chaque assiette ?

Trouve tous les mélanges possibles de glaces à 3 boules différentes, avec cinq parfums : citron, vanille, chocolat, fraise, pomme

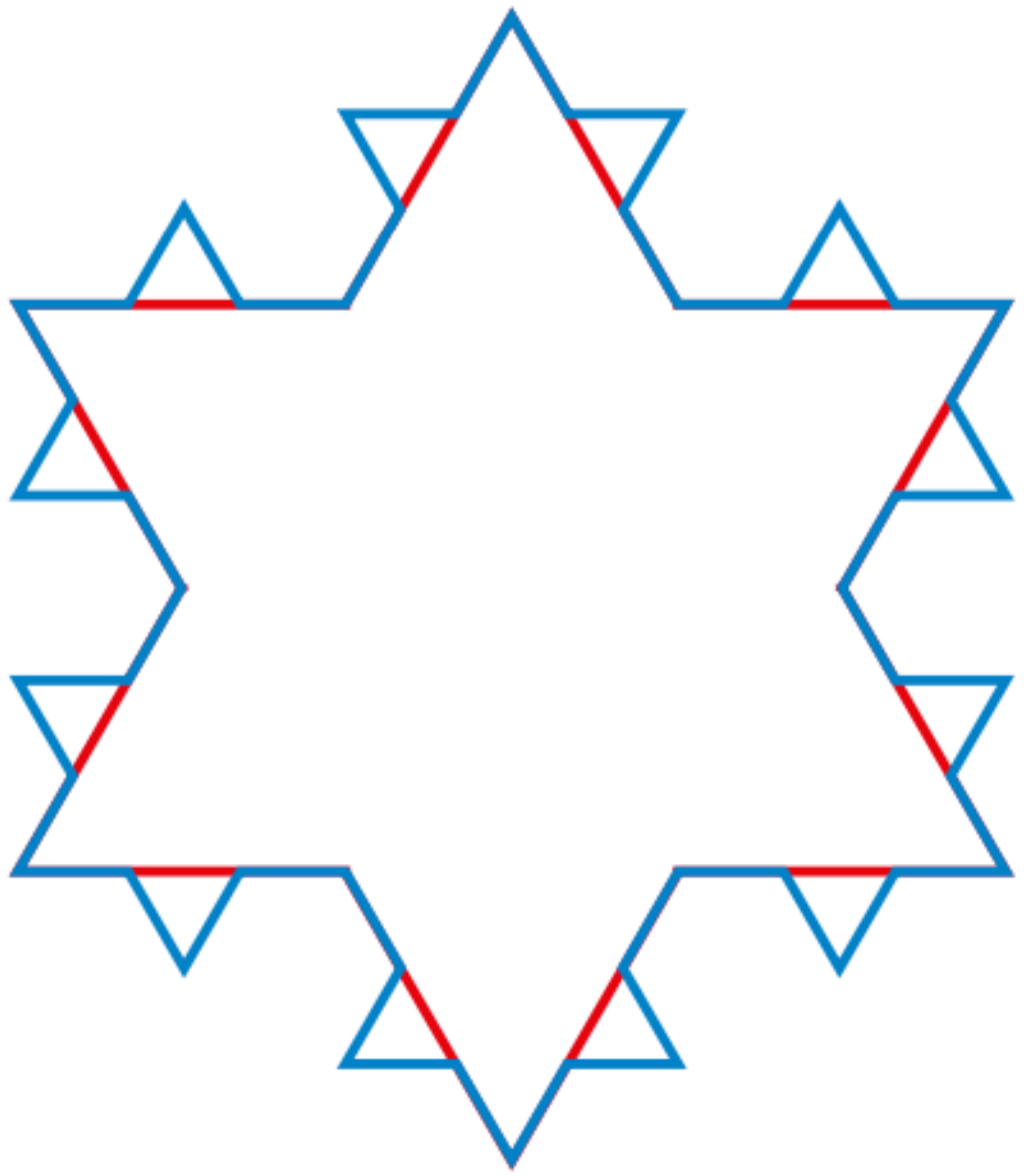
Le flocon de Von Koch



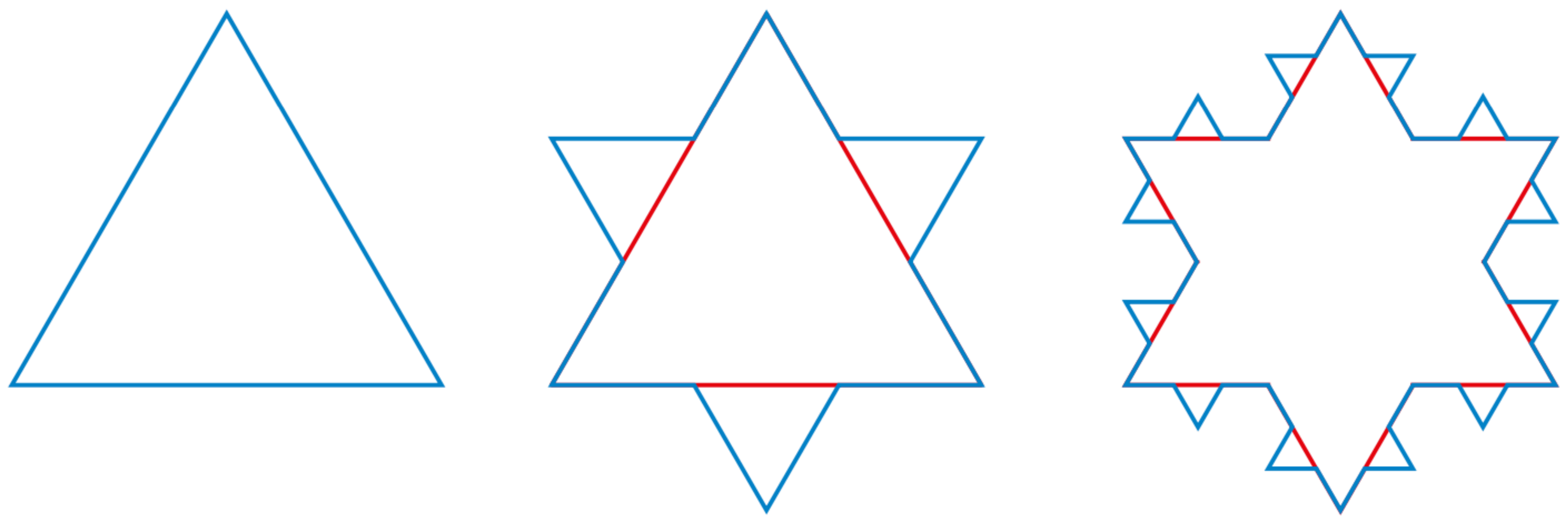
Rang 0 : un triangle équilatéral.



Rang 1 : tous les segments bleus sont de la même longeur.



Rang 2 : tous les segments bleus sont de la même longeur.



Rang 0 : un triangle équilatéral.

Rang 1 : tous les segments bleus sont de la même longeur.

Rang 2 : tous les segments bleus sont de la même longeur.

a. Combien de segments bleus composent chacune de ces figures aux rangs 0, 1, 2 ?

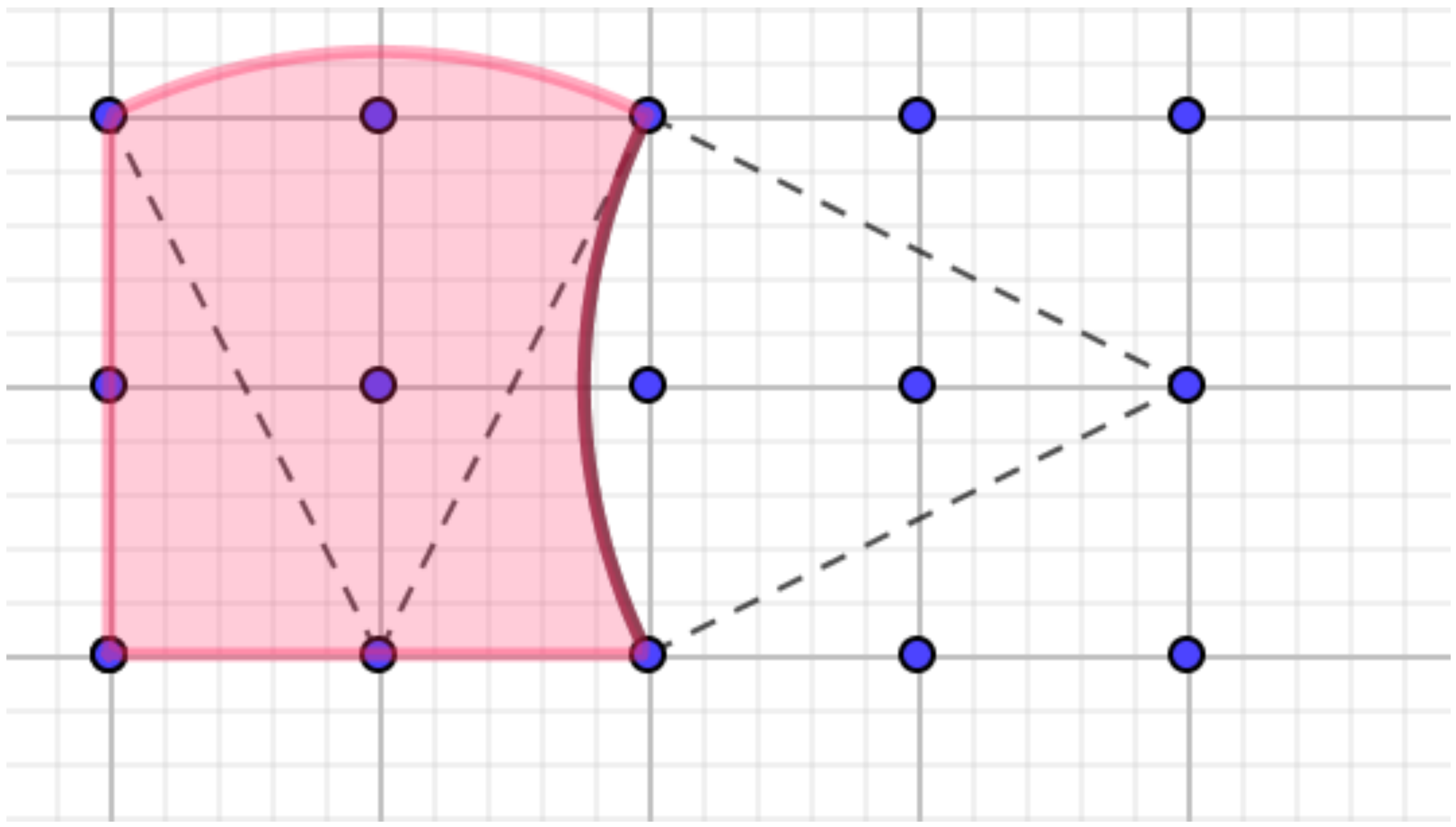
b. Combien y a-t-il de segments bleus sur la figure de rang 3 ?

c. Déterminer, en expliquant votre méthode de calcul, le nombre de segments bleus qui composent la figure de rang 5, puis celle de rang 20.

d. Trouver une façon de calculer le nombre de segments à n'importe quel rang.

e. Expliquer une règle de construction pour passer d'une figure d'un rang quelconque au suivant.

Le curvica



Le curvica

Combien de pièces « totalement courbes » ?

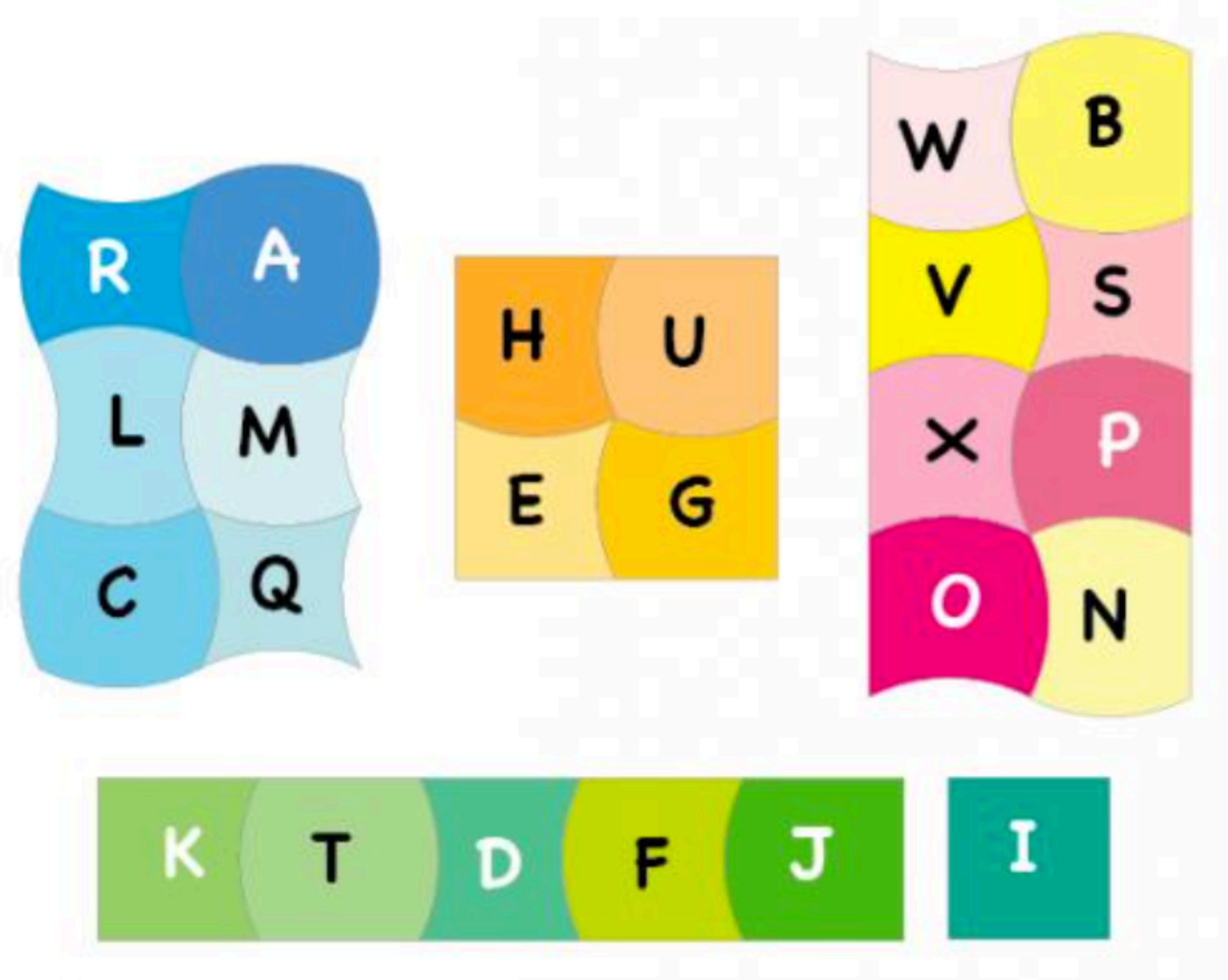
Combien de pièces ayant exactement deux côtés parallèles ?

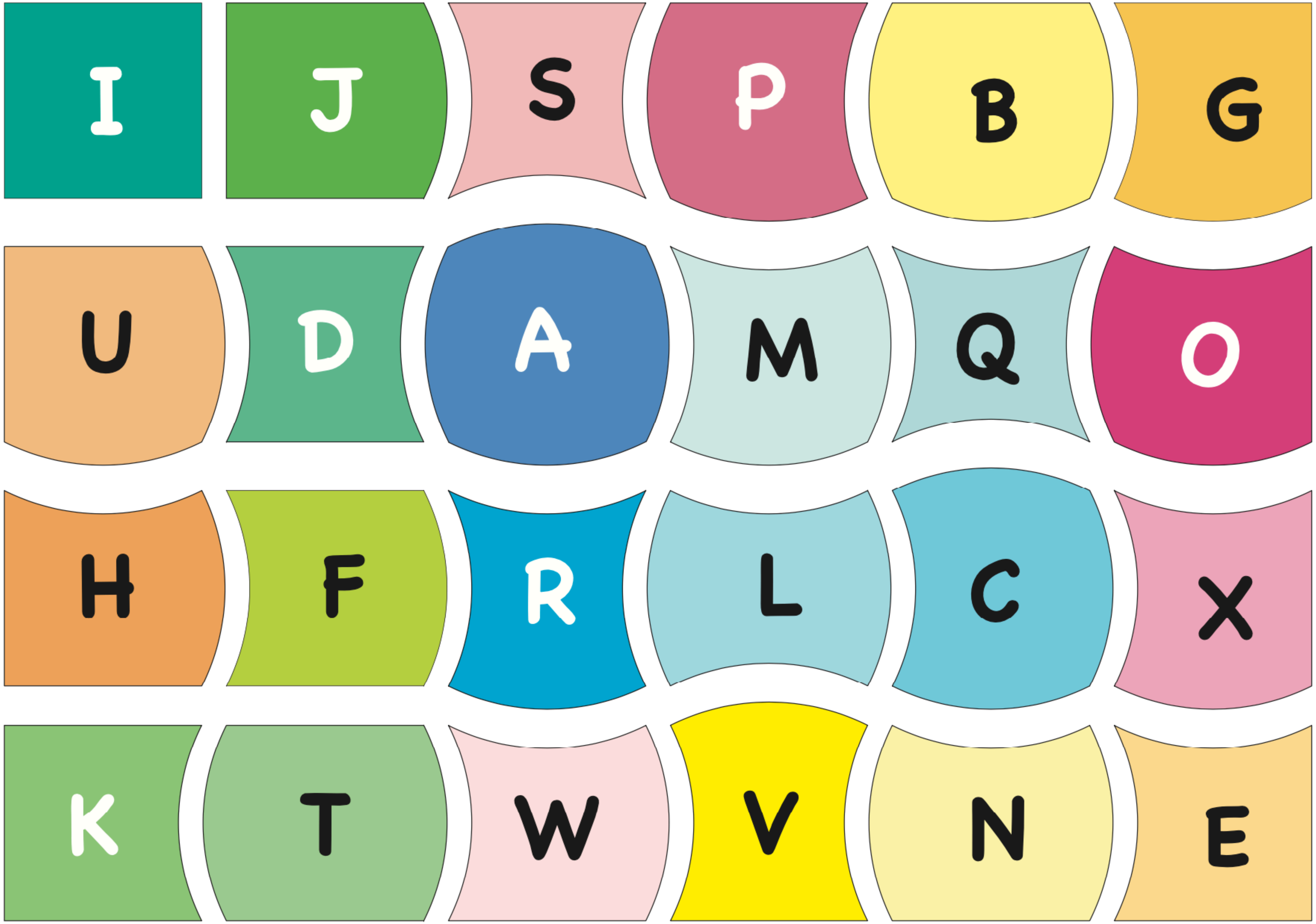
Combien de pièces ayant exactement un angle droit ?

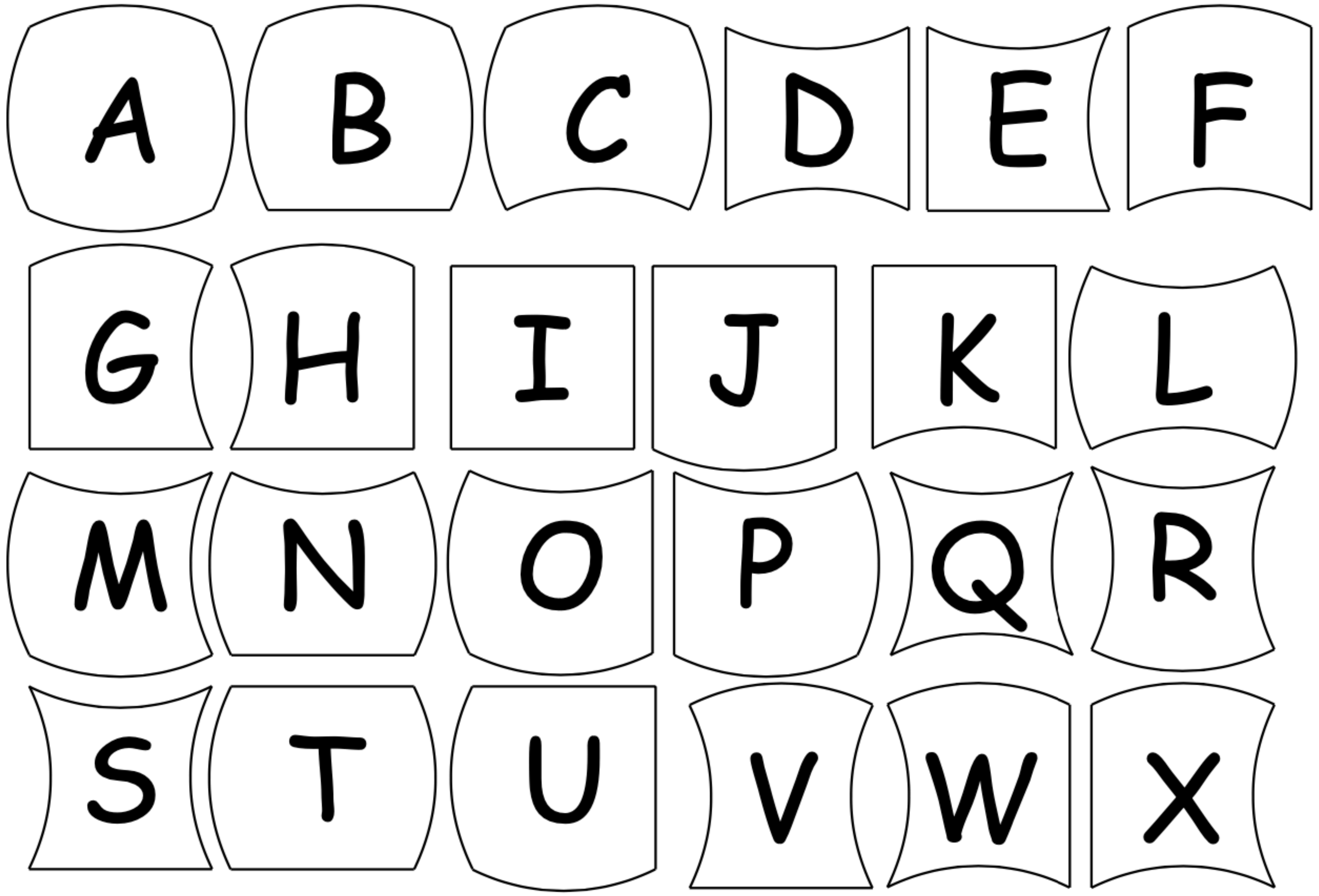
Combien de pièces ayant exactement un segment ?

Les pièces peuvent être classées de différentes façons, en particulier, il y a :

- 6 pièces sans aucun segment (totalement courbes) ;
- 5 pièces (hors carré) ayant deux côtés parallèles ;
- le carré **I** ;
- 4 pièces ayant un seul angle droit (elles forment, ensemble, un carré) ;
- 8 pièces ayant un seul côté qui est un segment.




I J S P B G
U D A M Q O
H F R L C X
K T W V N E



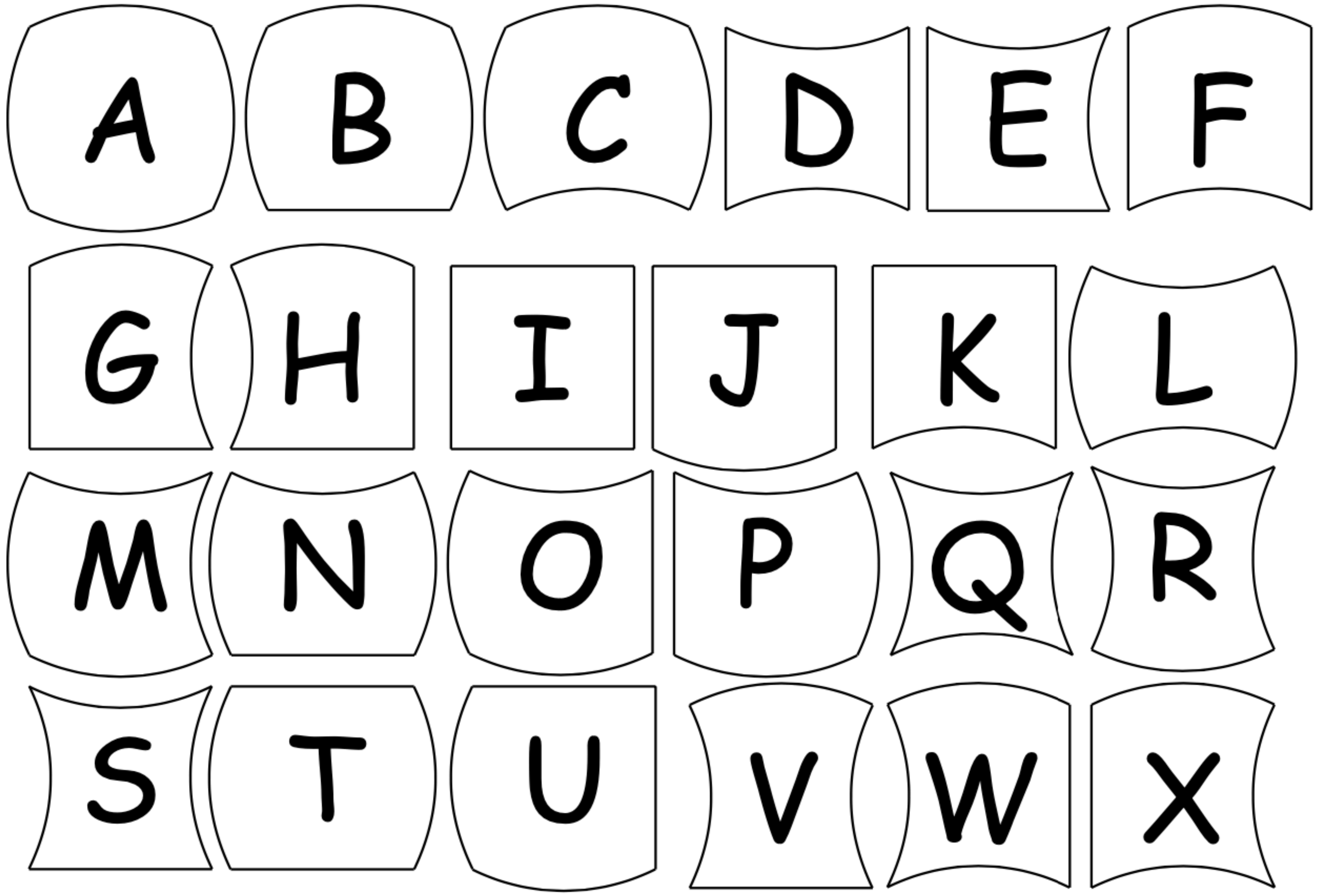
On s'intéresse uniquement aux pièces A, B, C, D, E et F.

a. Classer ces 6 pièces du plus petit au plus grand périmètre.

b. Classer ces 6 pièces de la plus petite à la plus grande aire. Que remarque-t-on ?

c. Quelles sont les deux pièces qui ont la même aire et le même périmètre ?

d. Trouver deux pièces qui ont le même périmètre, mais des aires différentes.



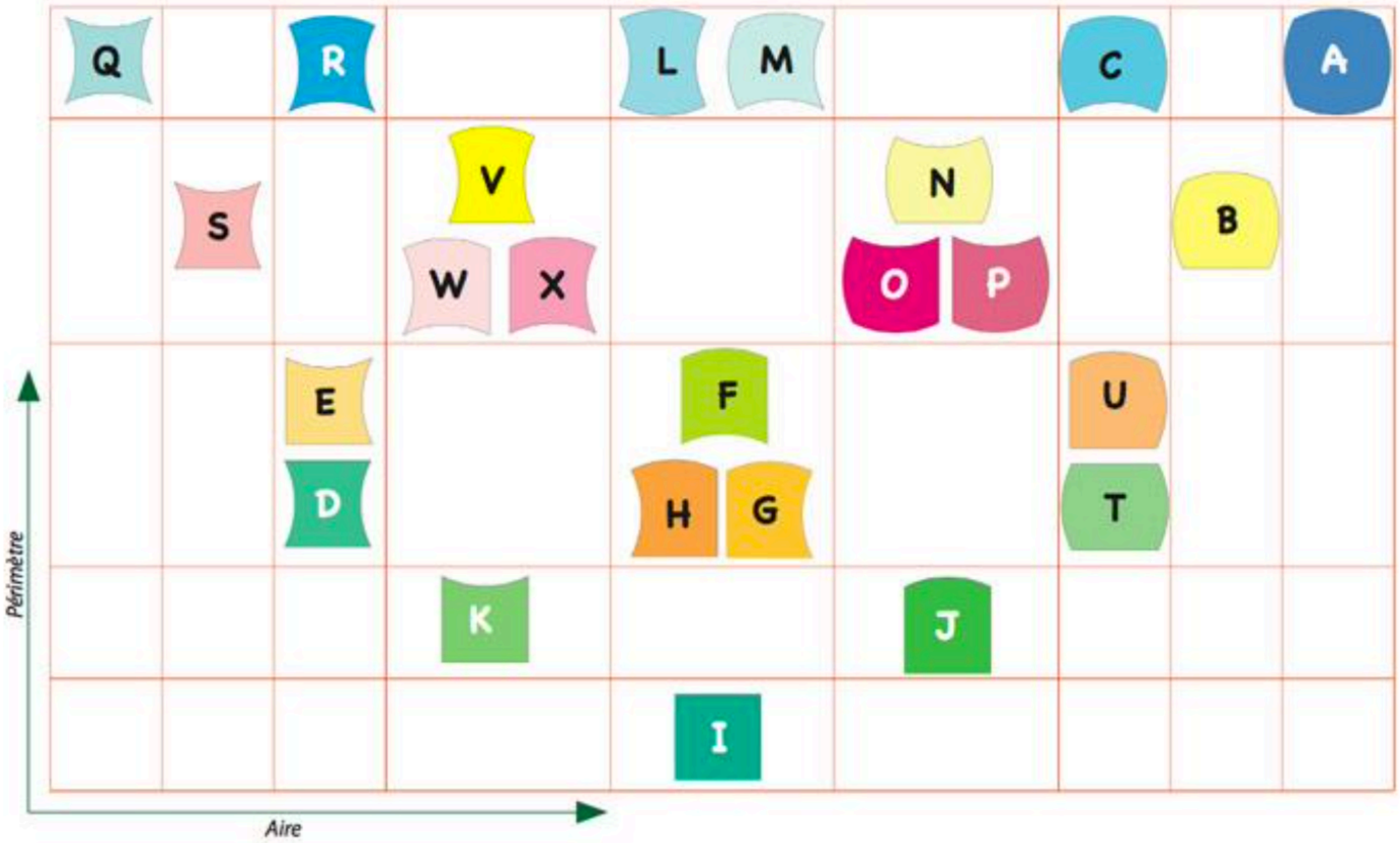
On s’intéresse uniquement aux pièces E, I, K, Q et S.

a. Classer ces 6 pièces du plus petit au plus grand périmètre.

b. Classer ces 6 pièces de la plus petite à la plus grande aire. Que remarque-t-on ?

c. Quelles sont les deux pièces qui ont la même aire et le même périmètre ?

d. Trouver deux pièces qui ont le même périmètre, mais des aires différentes.


Q
R
L
M
C
A
S
V
W
X
N
O
P
B
E
D
F
H
G
U
T
K
J
I
Périmètre
Aire

- **Repérage des situations extrémales**
  - Y a-t-il une unique pièce d’aire minimale ?
  - Y a-t-il une unique pièce de périmètre minimum ?
  - Y a-t-il une unique pièce d’aire maximale ?
  - Y a-t-il une unique pièce de périmètre maximum ?
  - Y a-t-l une pièce de même aire que la carré avec aucun côté droit ?

- **Repérage de groupes de pièces spécifiques**
  - Trouver un groupe de 3 pièces ayant même périmètre et même aire.
  - Trouver un autre groupe de 3 pièces ayant aussi même aire et même périmètre.
  - Est-il possible de trouver un autre groupe de trois pièces qui auraient elles aussi même aire et même périmètre ?

Défis	Réponses	Points
Niveau « Facile »		+1 pt
1. Trouver la pièce dont l'aire est la plus grande.		
2. Trouver la pièce dont le périmètre est le plus petit.		
3. Réaliser un rectangle en assemblant deux pièces.		
4. Trouver la pièce ayant le plus grand périmètre et la plus petite aire.		
5. Assembler trois pièces pour réaliser une figure ayant un seul axe de symétrie.		
6. Trouver une pièce ayant exactement deux axes de symétrie.		
7. Trouver deux pièces ayant le même périmètre mais des aires différentes.		

Niveau « Difficile »		+3 pts
1. Trouver deux pièces n'ayant ni axe de symétrie, ni le même périmètre ni la même aire.		
2. Réaliser un rectangle en assemblant six pièces.		
3. Assembler deux pièces pour obtenir une figure dont le périmètre est le plus grand possible mais avec une aire la plus petite possible.		
4. Assembler cinq pièces pour former une figure ayant deux axes de symétrie.		

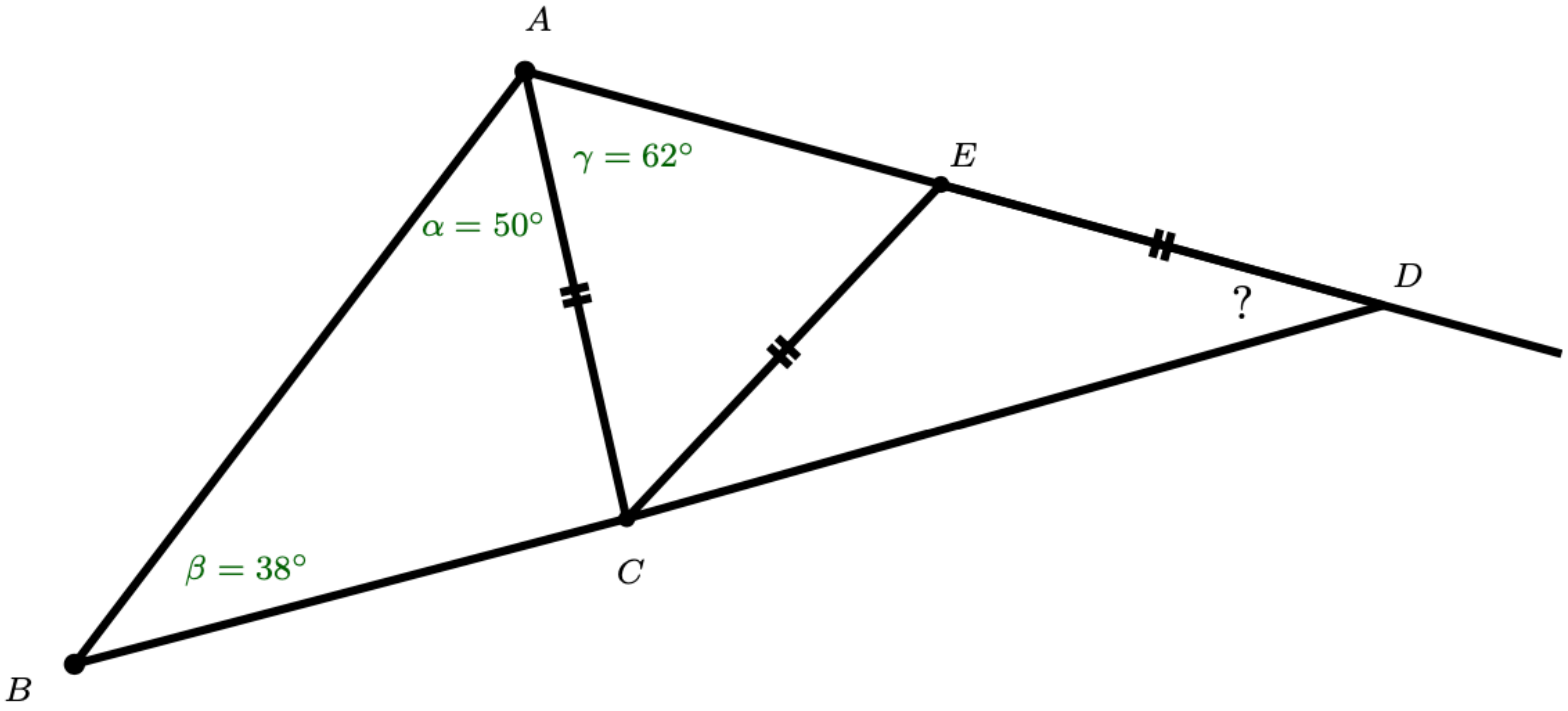
Conclusion

Faciliter le transfert d’apprentissage

Expliciter

Disposer de procédures automatisées

Installer des temps consacrés à la résolution de « classes de problèmes ».



Retour « raisonnement »

Objectifs

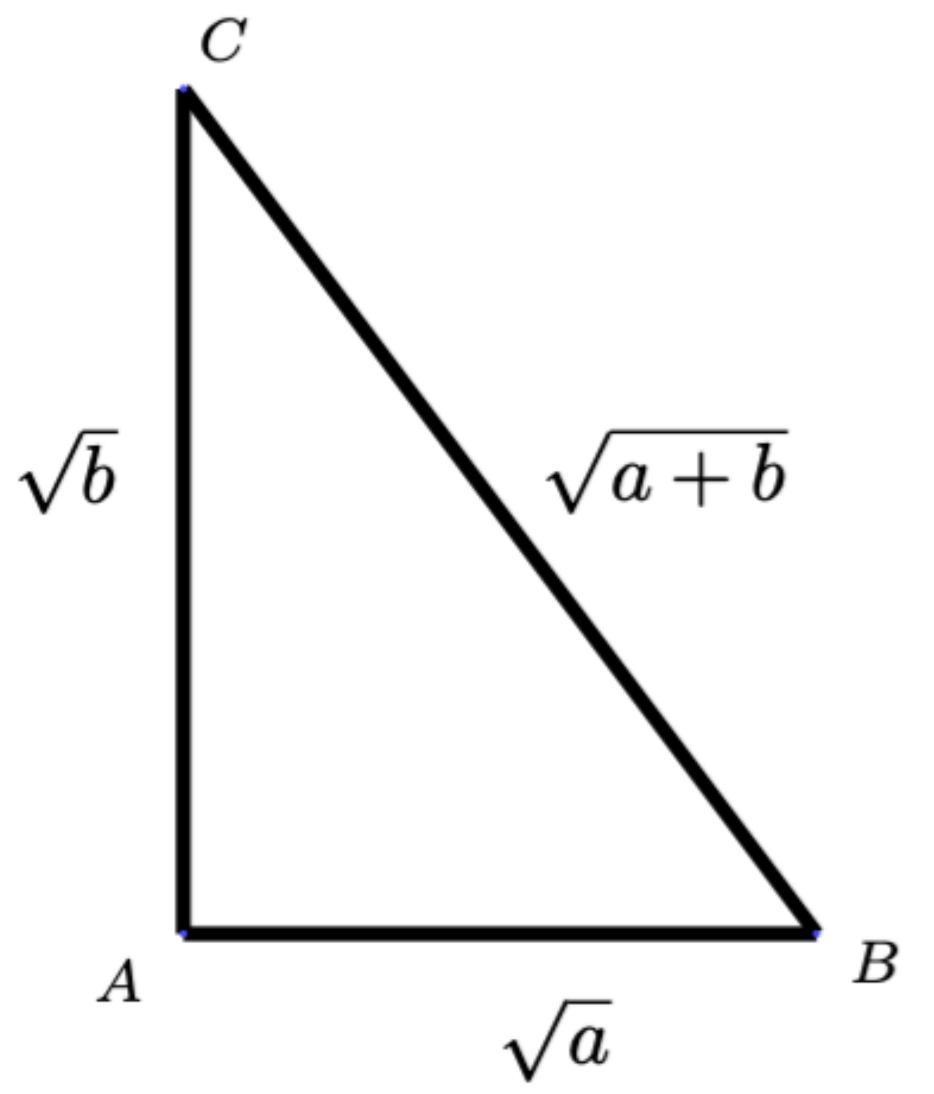
- Conforter les propriétés des racines carrées
- Traiter un problème par passage au carré

Motivation

- Réactiver le sens de variation des fonctions carré et racine carrée
- Partir de la propriété $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$, poser la question sur la somme
- Comparer pour des valeurs numériques

Différentes démonstrations possibles

- Passage au carré et démonstration par équivalence
- Géométrisation du problème (figure ci-contre)



Pistes de différenciation

- Raisonner sur des valeurs particulières
- Niveau 1 : comparer deux nombres positifs revient à comparer leur carré, définition des racines carrées et application de l'identité remarquable, on conclut en observant les termes

Approfondissement

- Pour $x > 0$, comparer $\sqrt{1+x^2}$ et $1+x$
- Comparer $\sqrt{1{,}000000000001}$ et $1{,}000001$

Retour « Raisonnement »